1932 № 10

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК

СОЮЗА СОВЕТСКИХ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ РЕСПУБЛИК

VII СЕРИЯ

ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК



BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE L'UNION DES RÉPUBLIQUES SOVIÉTIQUES SOCIALISTES

VII SÉRIE

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES

ЛЕНИНГРАД — LENINGRAD
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

ПРИМЕР СТАНДАРТНОЙ ЦИТАТЫ · EXEMPLE DE CITATION

С. И. Вавилов. О некоторых случаях интерференции естественных пучков. ИМЕН, 1932, № 10, стр. 1451.

S. Vavilov. Sur quelques cas d'interférence de faisceaux naturels. BAS-MN, 1932, № 10, p. 1451 (en russe).

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР

Декабрь 1932 г.

Непременный секретарь академик *В. Волгин*

Редактор издания академик-секретарь ОМЕН А. А. Борисяк

Технический редактор Л. А. Федоров

Ученый корректор А. В. Суслов

Начато набором в августе 1932 г. — Подписано к печати 29 декабря 1932 г.

216 (1375—1590) стр. (28 фиг.) + 3 табл.

Формат бум. 72 × 110 см. — 14 печ. л. — 42 000 тип. зн. в печ. л. — Тираж 2300

Леноблгорлит № 64123. — АНИ № 375. — Заказ № 2453

Типография Академии Наук СССР. В. О., 9 линия, 12

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВАЛА

А. Н. КРЫЛОВ

§ 1. Вопрос об определении критических скоростей вращающегося вала имеет за собою целую литературу. Простейшие случаи были рассмотрены Ранкиным еще в конце 1860-х годов. Особенно обстоятельна статья Dunkerley в 185-м томе Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1904 г., являющаяся основною, ряд статей разных авторов в Philosophical Magazine, множество статей в технических журналах и сборниках, наконец обширная статья Th. Got «Étude des vitesses critiques de flexion des arbres tournants» в Journal de l'École Polytechnique, 2 série, cah. 29, 1931.

Из этой последней статьи видно, что ни расчетные формулы, ни вывод их не доведены до той степени простоты и общности, которая им может быть придана.

В настоящей статье я имею в виду приложить к рассмотрению этого вопроса методу, развитую в моей книге «О расчете балок, лежащих на упругом основании», и показать те упрощения и ту общность, которые этою методою вносятся.

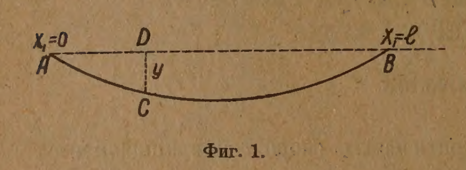
§ 2. Известно, что у быстро вращающихся длинных и тонких валов, например у передаточных валиков турбин водоотливной системы на судах, наблюдается иногда следующее явление: после пуска мотора, пока он забирает ход, валик, при некотором определенном числе оборотов, начинает бить; биение это, при дальнейшем увеличении числа оборотов, прекращается, но может появиться вновь при другом числе оборотов, значительно бóльшем первого, как это показывают на специальных лабораторных установках, служащих для изучения этого явления.

Угловые скорости вращения вала, при которых он утрачивает свою прямолинейную форму и бьет, называются **критическими.**

§ 3. Чтобы дальнейшее стало ясным, начнем с рассмотрения простейшего случая и применим обычную методу решения.

Пусть фиг. 1 представляет первоначально прямой валик, лежащий концами в подшипниках Селлерса, так что, в смысле сопротивления изгибу, он представляет упругую балку, подпертую в своих концах A и B, абсциссы коих суть $x_1 = 0$ и $x_1 = l$.

Положим, что вес валика на погонную единицу длины p, момент инерции площади его поперечного сечения I, модуль упругости материала E, угловая скорость вращения ω; пусть $DC = y$ представляет ординату точки C оси валика, принявшего криволинейную форму динамического равновесия, $x_1 = AD$ — абсцисса этой точки.



Фиг. 1.

При таких обозначениях, имеем следующее уравнение упругого равновесия:

$$EI \frac{d^4 y}{dx_1^4} = \frac{p}{g} \omega^2 y \tag{1}$$

причем в нашем случае граничные условия таковы:

$$\begin{aligned} &\text{при } x_1 = 0 \text{ должно быть: } y = 0; \quad \frac{d^2 y}{dx_1^2} = 0 \\ &\quad » \quad x_1 = l \quad » \quad » \quad y = 0; \quad \frac{d^2 y}{dx_1^2} = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Положим

$$x_1 = lx \tag{3}$$

примем x за переменную независимую и будем производные по этой переменной обозначать значками, тогда, положив

$$k^4 = \frac{p}{g} \frac{\omega^2 l^4}{EI} \tag{4}$$

будем иметь уравнение

$$y^{\text{IV}} - k^4 y = 0 \tag{5}$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned} &\text{при } x = 0 \text{ должно быть: } y(0) = 0; \ y''(0) = 0 \\ &\quad » \quad x = 1 \quad » \quad » \quad y(1) = 0; \ y''(1) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Общий интеграл уравнения (1) есть

$$y = A\cos kx + B\sin kx + C\,\mathrm{ch}\,kx + D\,\mathrm{sh}\,kx$$

причем A, B, C, D — произвольные постоянные, которые определяются граничными условиями, доставляющими следующие уравнения:

$$\begin{aligned} A + C &= 0 \\ -A + C &= 0 \\ A\cos k + B\sin k + C\,\mathrm{ch}\,k + D\,\mathrm{sh}\,k &= 0 \\ -A\cos k - B\sin k + C\,\mathrm{ch}\,k + D\,\mathrm{sh}\,k &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Отсюда следует

$$A = C = 0$$

затем

$$\begin{aligned} B\sin k + D\,\mathrm{sh}\,k &= 0 \\ -B\sin k + D\,\mathrm{sh}\,k &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Определитель этих уравнений есть

$$\Delta(k) = 2\,\mathrm{sh}\,k \cdot \sin k \tag{9}$$

В том случае, когда этот определитель не равен нулю, уравнения (8) имеют единственное решение

$$B = D = 0$$

которому соответствует

$$y = 0$$

т. е. валик сохраняет прямую форму.

В том же случае, когда

$$\Delta(k) = 0$$

т. е. когда k есть корень уравнения

$$\mathrm{sh}\,k \cdot \sin k = 0$$

иначе уравнения

$$\sin k = 0 \tag{9'}$$

ибо нам нужны лишь вещественные корни, то будет

$$D = 0$$

величина же B остается произвольной.

Корни уравнения (9′), отличные от нуля, суть

$$k_1 = \pi,\ k_2 = 2\pi,\ k_3 = 3\pi, \ldots k_n = n\pi \ldots \tag{10}$$

и соответствующие формы равновесия суть

$$\begin{aligned} y &= B\sin \pi x = B \sin \frac{\pi x_1}{l} \\ y &= B\sin 2\pi x = B\sin 2\frac{\pi x_1}{l} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{11}$$

значит, при указанных значениях k, валик утрачивает прямолинейную форму равновесия и бьет.

Каждому значению k соответствует значение ω, определяемое равенством

$$\omega = k^2\sqrt{\frac{gEI}{pl^4}} \tag{12}$$

так что значениям (10) соответствуют

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \pi^2\sqrt{\frac{gEI}{pl^4}} \\ \omega_2 &= 4\pi^2\sqrt{\frac{gEI}{pl^4}} \\ &\ldots\ldots \end{aligned} \tag{13}$$

это и суть критические скорости.

Совершенно подобным образом эти скорости найдутся и при других граничных условиях, из которых в практике постоянно встречается условие, соответствующее заделанному концу балки:

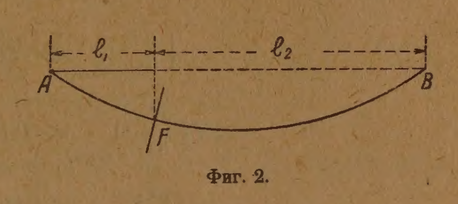
$$\begin{aligned} &y(0) = 0;\ y'(0) \\ \text{или}\quad & \\ &y(1) = 0;\ y'(1) = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

когда концевой подшипник обыкновенный, неподвижный.

§ **4.** Положим теперь, что на вал, в расстоянии $x_1 = l_1$ от конца A, насажен шкив, который уподобляют при расчете плоскому диску; пусть

вес этого шкива есть P и момент инерции его около оси, лежащей в его плоскости, K, тогда на валик в точке F действует центробежная сила

$$Q = \frac{P}{g} \omega^2 \cdot y(l_1)$$



Фиг. 2.

и гироскопический момент

$$M = -K\omega^2 \cdot \left(\frac{dy}{dx_1}\right)_{x_1=l_1}$$

Положим

$$\frac{l_1}{l} = a$$

тогда значение абсциссы x для точки F есть $x = a$, вместе с тем будет

$$\left(\frac{dy}{dx_1}\right)_{x=l_1} = \frac{1}{l} \cdot y'(a)$$

$$M = -\frac{K\omega^2}{l} \cdot y'(a) \quad \text{и} \quad Q = \frac{P}{g} \omega^2 \cdot y(a) \tag{15}$$

При обычном способе решения, валик подразделяют на два участка: первый от $x_1 = 0$ до $x_1 = l_1$ и второй от $x_1 = l_1$ до $x_1 = l$, иначе первый от $x = 0$ до $x = a$ и второй от $x = a$ до $x = 1$; для каждого из этих участков пишут соответствующее уравнение равновесия и граничное условие и, сверх того, условия сопряжения в точке F.

Таким образом, для нашего случая будет:

1-й участок: $0 \leqq x \leqq a$; $y = y_0$

$$y_0^{IV} - k^4 y_0 = 0 \tag{16}$$

$$y_0(0) = 0;\ y_0''(0) = 0 \tag{17}$$

2-й участок: $a \leqq x \leqq 1$; $y = y_1$

$$y_1^{IV} - k^4 y_1 = 0 \tag{16'}$$

$$y_1(1) = 0;\ y_1''(1) = 0 \tag{17'}$$

Условия сопряжения выражаются следующими равенствами:

$$y_0(l_1) = y_1(l_1)$$

$$\left(\frac{dy_0}{dx_1}\right)_{x_1=l_1} = \left(\frac{dy_1}{dx_1}\right)_{x_1=l_1}$$

$$EI\left(\frac{d^2 y_1}{dx_1^2}\right)_{x_1=l_1} = EI\left(\frac{d^2 y_0}{dx_1^2}\right)_{x=l_1} + M$$

$$EI\left(\frac{d^3 y_1}{dx_1^3}\right)_{x_1=l_1} = EI\left(\frac{d^3 y_0}{dx_1^3}\right)_{x_1=l_1} + Q$$

Заметив, что вообще

$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{1}{l}\cdot y'; \quad \frac{d^2 y}{dx_1^2} = \frac{1}{l^2}\cdot y''; \quad \frac{d^3 y}{dx_1^3} = \frac{1}{l^3} y''$$

можем условия сопряжения писать так:

$$\begin{aligned} y_0(a) - y_1(a) &= 0 \\ y_0'(a) - y_1'(a) &= 0 \\ y_1''(a) - y_0''(a) + \frac{lK\omega^2}{EI} y_0'(a) &= 0 \\ y_1'''(a) - y_0'''(a) + \frac{l^3\cdot P\omega^2}{EI\cdot g} y_0(a) &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Общий интеграл уравнения (16) есть

$$y_0 = A\cos kx + B\sin kx + C\,\mathrm{ch}\,kx + D\,\mathrm{sh}\,kx$$

где A, B, C, D — постоянные произвольные.

Общий интеграл уравнения (16') выгоднее писать в следующем виде:

$$y_1 = A_1\cos k(x-1) + B_1\sin k(x-1) + C_1\,\mathrm{ch}\,k(x-1) + D_1\,\mathrm{sh}\,(x-1).$$

Граничные условия выражаются тогда следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} A + C &= 0 \\ -A + C &= 0 \\ A_1 + C_1 &= 0 \\ -A_1 + C_1 &= 0 \end{aligned}$$

откуда следует

$$A = C = A_1 = C_1 = 0$$

значит будет

$$\begin{aligned} y_0 &= B \sin kx + D \operatorname{sh} kx \\ y_1 &= B_1 \sin k(x-1) + D_1 \operatorname{sh} k(x-1) \end{aligned} \tag{19}$$

оставшиеся четыре произвольных постоянных B, D, B_1, D_1 определяются уравнениями (18), которые в развитом виде будут

$$\begin{gathered} B \sin ka + D \operatorname{sh} ka + B_1 \sin k(1-a) + D_1 \operatorname{sh} k(1-a) = 0 \\ B \cos ka + D \operatorname{ch} ka - B_1 \cos k(1-a) - D_1 \operatorname{ch} k(1-a) = 0 \\ B(-k \sin ka + b \cos ka) + D(k \operatorname{sh} ka + b \operatorname{ch} ka) - \\ - B_1 k \sin k(1-a) + D_1 k \operatorname{sh} k(1-a) = 0 \\ B(-k^3 \cos ka + c \sin ka) + D(k^3 \operatorname{ch} ka + c \operatorname{sh} ka) + \\ + B_1 k^3 \cos k(1-a) - D_1 k^3 \operatorname{ch} k(1-a) = 0 \end{gathered} \tag{18'}$$

причем для сокращения письма положено

$$b = \frac{lK\omega^2}{EI}; \quad c = \frac{l^3 P\omega^2}{EIg}$$

Пусть $\Delta(k)$ есть определитель этих уравнений, тогда уравнение

$$\Delta(k) = 0 \tag{20}$$

и дает те значения k, которыми определяются критические скорости.

Чтобы упростить развитие этого определителя, из первых двух уравнений находят величины B_1 и D_1, которые выразятся линейно через B и D, найденные значения подставляют в последние два уравнения, которые тогда примут вид

$$\begin{aligned} B \cdot G(k) + D \cdot F(k) &= 0 \\ B \cdot G_1(k) + D \cdot F_1(k) &= 0 \end{aligned} \tag{21}$$

где $G(k)$, $F(k)$, $G_1(k)$, $F_1(k)$ будут известные функции k и определитель $\Delta(k)$ будет

$$\Delta(k) = G(k) \cdot F_1(k) - G_1(k) \cdot F(k) \tag{22}$$

Выражение это будет настолько сложно, что вычисление корней уравнения

$$\Delta(k) = 0$$

может быть выполнено лишь численно в каждом отдельном случае, а не в общем виде на буквах.

При численном вычислении корней этого уравнения, нет надобности иметь выражение $\Delta(k)$ в развернутом виде, а достаточно иметь возможность вычислять частное значение $\Delta(\gamma)$, когда величине k будет приписано частное значение γ, а это гораздо проще достигается приписывая букве k эти частные значения в самих уравнениях (18′).

Пусть при $k = \gamma_1$ будет

$$\Delta(\gamma_1) = N_1$$

а при $k = \gamma_2$:

$$\Delta(\gamma_2) = N_2$$

и положим, что $N_1 < N_2$, тогда за следующее приближенное значение надо брать

$$k = \gamma_3 = \gamma_1 + \frac{N_1}{N_2 - N_1} \cdot (\gamma_2 - \gamma_1)$$

т. е. применять «линейные приближения».

Совершенно подобным же образом решается вопрос и в том случае, когда один или оба концевых подшипника обыкновенные, вся разница будет состоять в том, что здесь граничные условия будут другие, как указано в § 3.

§ 5. Изложенный в предыдущем параграфе общий ход выкладок непосредственно обобщается на тот случай, когда на вал насажено любое число шкивов; не вдаваясь в подробности, мы его и наметим.

Положим, что в точках, соответствующих значениям

$$a_1, a_2, \ldots a_n$$

переменной x, насажены шкивы, коих веса суть

$$P_1, P_2, \ldots P_n$$

и моменты инерции

$$K_1, K_2, \ldots K_n$$

в остальном сделанные выше обозначения сохраняются.

В этом случае, при обычной методе решения, вал подразделяют на $n+1$ участков теми точками, где насажены шкивы.

Из этих участков назовем участок от $x=0$ до $x=a_1$ — *начальным*, участок от $x=a_n$ до $x=1$ — *конечным*, все прочие будем называть *промежуточными*, тогда для каждого участка будем иметь свое уравнение равновесия вида

$$y_i^{IV} - k^4 y_i = 0 \qquad (i=0, 1, 2, \ldots n)$$

общие интегралы которых будут содержать

$$4n+4$$

постоянных произвольных.

Для определения этих постоянных произвольных будем иметь следующее число условий:

при	$x=0$:	граничных условий	2
»	$x=a_1$:	условий сопряжения . . .	4
»	$x=a_2$:	» » . . .	4
. . .	. . .		.
при	$x=a_n$:	условий сопряжения . . .	4
»	$x=1$:	граничных условий	2

т. е. полное число условий будет $4n+4$. Каждое отдельное условие, как граничное, так и сопряжения, выражается линейным однородным уравнением относительно постоянных произвольных, принимаемых за неизвестные, причем правые части этих уравнений — нули, коэффициенты же при этих неизвестных будут выражены через величину k и числа $a_1, a_2, \ldots a_n$ заданным образом.

Если определитель $\Delta(k)$ этой системы $4n+4$ уравнений не равен нулю, то единственная система решений есть та, когда все неизвестные, т. е. постоянные произвольные, равны нулю; тогда вал сохраняет прямолинейную форму, решения же, отличные от нуля, будут при тех значениях k, при которых

$$\Delta(k) = 0.$$

Эти значения и дадут критические угловые скорости, как и выше.

Само собою разумеется, что непосредственное развитие определителя из $(4n+4)^2$ элементов было бы невозможно и к тому же бесполезно, ибо величины корней его могли бы быть вычисляемы лишь численно, а не при буквенном задании.

Даже и при численном задании, определитель вычисляется, например, при частном значении $k = \gamma_1$ не непосредственно, а, исключая последовательно переменные, относящиеся к точкам сопряжения, причем оказывается, что можно распорядиться так, что приходится решать всякий раз не четыре уравнения с четырьмя неизвестными, а лишь два — с двумя, и в окончательном результате получить два уравнения вида (21), для которых определитель и вычисляется сразу.

Мы не будем развивать этой методы, отсылая к указанной статье Th. Got, а покажем такую методу, при которой условий сопряжения составлять нет надобности, а значит, и нет надобности производить исключения $4n$ постоянных, относящихся к промежуточным участкам, а из оставшихся четырех постоянных две будут всегда равны нулю, так что нам придется иметь дело не с $4n + 4$ постоянными, а лишь с *двумя*.

§ 6. Возьмем опять случай, рассмотренный в § 3, но положим, что на вал действует еще внешняя нагрузка $F(x_1)$, так что уравнение равновесия есть

$$EI\frac{d^4y}{dx_1^4} - \frac{p\omega^2}{g}y = F(x_1) \tag{23}$$

обозначив попрежнему

$$k^4 = \frac{p}{g}\frac{l^4\omega^2}{EI}$$

и положив

$$\frac{l^4}{EI}F(x_1) = f(x) \tag{24}$$

будем иметь уравнение

$$y^{\mathrm{IV}} - k^4y = f(x) \tag{23'}$$

Граничные условия будут, когда оба конца вала подперты:

$$\begin{aligned} y(0) = 0;\ \ y''(0) = 0 \\ y(1) = 0;\ \ y''(1) = 0 \end{aligned} \tag{25}$$

Уравнение без последнего члена, соответствующее уравнению (23'), есть

$$u^{\mathrm{IV}} - k^4u = 0 \tag{26}$$

его общий интеграл есть

$$u = A\cos kx + B\sin kx + C\,\mathrm{ch}\,kx + D\,\mathrm{sh}\,kx$$

но, вместо частных решений

$$\cos kx,\ \ \sin kx;\ \ \mathrm{ch}\,kx,\ \ \mathrm{sh}\,kx$$

можно взять четыре любых частных решения, линейно между собою независимых; пусть эти решения будут

$$S(x),\ T(x),\ U(x),\ V(x)$$

возьмем их так, чтобы они обладали единичной матрицей, т. е. чтобы было

$$\begin{aligned}
&S(0)=1;\ \ S'(0)=0;\ \ S''(0)=0;\ \ S'''(0)=0\\
&T(0)=0;\ \ T'(0)=1;\ \ T''(0)=0;\ \ T'''(0)=0\\
&U(0)=0;\ \ U'(0)=0;\ \ U''(0)=1;\ \ U'''(0)=0\\
&V(0)=0;\ \ V'(0)=0;\ \ V''(0)=0;\ \ V'''(0)=1
\end{aligned} \tag{27}$$

тогда, положив

$$S(x)=A\cos kx+B\sin kx+C\,\mathrm{ch}\,kx+D\,\mathrm{sh}\,kx$$

получим на основании условий (27):

$$S(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{ch}\,kx+\cos kx)$$

и совершенно так же

$$\begin{aligned}
T(x)&=\frac{1}{2}(\mathrm{sh}\,kx+\sin kx)\\
U(x)&=\frac{1}{2}(\mathrm{ch}\,kx-\cos kx)\\
V(x)&=\frac{1}{2}(\mathrm{sh}\,kx-\sin kx)
\end{aligned} \tag{28}$$

Нам понадобятся производные этих функций, поэтому составляем следующую таблицу:

(29)

$\Omega(x)$	$\Omega'(x)$	$\Omega''(x)$	$\Omega'''(x)$
$S(x)$	$kV(x)$	$k^2U(x)$	$k^3T(x)$
$T(x)$	$kS(x)$	$k^2V(x)$	$k^3U(x)$
$U(x)$	$kT(x)$	$k^2S(x)$	$k^3V(x)$
$V(x)$	$kU(x)$	$k^2T(x)$	$k^3S(x)$

Применение этих функций дозволяет сразу писать решение уравнения (26), удовлетворяющее при $x = 0$ граничным условиям, значит, содержащее только две постоянных произвольных; так, в нашем случае, когда

$$u(0) = 0 \quad \text{и} \quad u''(0) = 0 \tag{30}$$

будет

$$u = BU(x) + DV(x)$$

как то следует из таблицы (27).

Общий интеграл уравнения (23′) есть

$$y = u + \Phi(x)$$

где $\Phi(x)$ есть частное решение уравнения (23′). Это частное решение проще всего получить символическим методом, т. е. написав уравнение (23′) в виде

$$(\delta^4 - k^4)\, y = f(x)$$

и затем

$$y = (\delta^4 - k^4)^{-1} f(x) = \frac{1}{\delta^4 - k^4} f(x) = \frac{1}{2k^2}\left[\frac{1}{\delta^2 - k^2} - \frac{1}{\delta^2 + k^2}\right] f(x)$$

Значит будет

$$y = \frac{1}{2k^2}(\delta^2 - k^2)^{-1} f(x) - \frac{1}{2k^2}(\delta^2 + k^2)^{-1} f(x) = \frac{1}{2k^2} v - \frac{1}{2k^2} w$$

причем положено

$$v = (\delta^2 - k^2)^{-1} f(x); \quad w = (\delta^2 + k^2)^{-1} f(x);$$

эти два уравнения, написанные не символически, суть

$$v'' - k^2 v = f(x); \quad w'' + k^2 w = f(x)$$

из них, применив методу изменения произвольных постоянных, следует

$$v = \frac{1}{k}\int_0^x f(t)\, \operatorname{sh} k(x - t)\, dt$$

$$w = \frac{1}{k}\int_0^x f(t) \sin k(x - t)\, dt$$

следовательно будет

$$\Phi(x) = \frac{1}{2k^2}(v - w) = \frac{1}{k^3}\int_0^x f(t)\, V(x - t)\, dt; \tag{31}$$

составляя производные, имеем на основании таблицы (29):

$$\Phi'(x) = \frac{1}{k^2}\int_0^x f(t)\cdot U(x-t)\,dt$$

$$\Phi''(x) = \frac{1}{k}\int_0^x f(t)\cdot T(x-t)\,dt \qquad (32)$$

$$\Phi'''(x) = \int_0^x f(t)\cdot S(x-t)\,dt$$

$$\Phi^{\mathrm{IV}}(x) = f(x) + k\int_0^x f(t)\,V(x-t)\,dt$$

Эта формула показывает, что

$$\Phi^{\mathrm{IV}}(x) - k^4\,\Phi(x) = f(x)$$

т. е. что выражение

$$\Phi(x) = \frac{1}{k^3}\int_0^x f(t)\,V(x-t)\,dt \qquad (31)$$

где

$$V(x-t) = \frac{1}{2}[\operatorname{sh} k(x-t) - \sin k(x-t)]$$

есть, действительно, частное решение уравнения (23′).

Вместе с тем из этих формул следует

$$\Phi(0) = \Phi'(0) = \Phi''(0) = \Phi'''(0) = 0 \qquad (33)$$

т. е. присутствие функции $\Phi(x)$ в общем интеграле уравнения (23′), написанном в виде

$$y = u + \Phi(x) \qquad (34)$$

не изменяет начальных условий, относящихся при $x = 0$ к функции u, которые суть:

для конца подпертого: $u(0) = 0$; $u''(0) = 0$

» » заделанного: $u(0) = 0$; $u'(0) = 0$ (35)

» » свободного: $u''(0) = 0$; $u'''(0) = 0$

поэтому можно сразу писать решение для y в виде

$$\begin{aligned} y &= BT(x) + DV(x) + \Phi(x) \\ y &= CU(x) + DV(x) + \Phi(x) \\ y &= AS(x) + BT(x) + \Phi(x) \end{aligned} \tag{36}$$

в соответствии с условиями (35).

Эти формулы показывают, что, какова бы нагрузка ни была, в решении будет содержаться *две и только две* постоянных произвольных, которые определяются по условиям закрепления конца B, для которого $x = 1$, т. е.

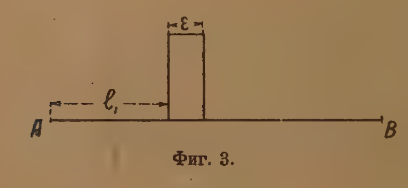
$$\begin{aligned} &\text{для конца подпертого:} \quad y(1) = 0; \quad y''(1) = 0 \\ &\quad » \quad » \quad \text{заделанного:} \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 0 \\ &\quad » \quad » \quad \text{свободного:} \quad y''(1) = 0; \quad y'''(1) = 0 \end{aligned} \tag{37}$$

причем, как будет показано ниже, сколько бы шкивов на валу ни было насажено, условий сопряжения нет надобности составлять.

§ 7. Нам надо составить выражения $\Phi(x)$ для нагрузки: а) сосредоточенными силами и б) сосредоточенными парами или моментами.

Начнем с сосредоточенных сил.

Положим, что в данной точке, для которой $x = a_1$, приложена сосредоточенная сила Q_1, требуется составить выражение $\Phi(x)$ для такой нагрузки.



Фиг. 3.

Положим сперва, что на протяжении от

$$x_1 = l_1 \text{ до } x_1 = l_1 + \varepsilon$$

действует равномерная нагрузка q_1 на погонную единицу длины, так что полная нагрузка $Q_1 = q_1 \cdot \varepsilon_1$.

В этом случае функция $F(x_1)$ будет равна нулю на всем протяжении вала, кроме участка от

$$x_1 = l_1 \text{ до } x_1 = l_1 + \varepsilon_1$$

где

$$F(x_1) = q_1;$$

пусть будет

$$\frac{l_1}{l} = a_1 \quad \text{и} \quad \frac{\varepsilon}{l} = \eta$$

тогда функция $f(x)$ определяется следующими равенствами:

$$\begin{aligned} &\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots\ldots f(x) = 0 \\ &\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq a_1 + \eta \ldots f(x) = \frac{l^4}{EI} q_1 \\ &\text{»} \quad a_1 + \eta \leqq x \leqq 1 \ldots f(x) = 0 \end{aligned}$$

соответственно этому заданию функции $f(x)$ функция $\Phi(x)$ будет:

$$\begin{aligned} &\text{для} \quad 0 \leqq x < a_1 \ldots\ldots \Phi(x) = 0 \\ &\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq a_1 + \eta \ldots \Phi(x) = \frac{1}{k^3} \frac{l^4}{EI} q_1 \int_{a_1}^{x} V(x - t)\, dt \\ &\text{»} \quad a_1 + \eta \leqq x \leqq 1 \ldots\ldots \Phi(x) = \frac{1}{k^3} \frac{l^4}{EI} q_1 \int_{a_1}^{a_1+\eta} V(x - t)\, dt; \end{aligned}$$

для сосредоточенной силы надо предположить, что величина η бесконечно малая, но что произведение $q_1 \varepsilon$ остается постоянно равным Q_1, так что и в пределе

$$\lim_{\varepsilon = 0} (q_1 \varepsilon) = Q_1$$

и при этом условии надо найти предельное значение $\Phi(x)$ для последнего участка, ибо второй участок исчезает.

Очевидно, будет

$$\int_{a_1}^{a_1+\eta} V(x - t)\, dt = \eta \cdot V(x - a_1 - \theta\eta)$$

где

$$0 < \theta < 1$$

Таким образом имеем

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \frac{1}{k^3} \frac{l^4}{EI} \lim_{\eta = 0} q_1 \eta \cdot V(x - a_1 - \theta\eta) \\ &= \frac{1}{k^3} \frac{l^3}{EI} Q_1 \cdot V(x - a_1) \end{aligned}$$

и, следовательно, для нагрузки Q_1, сосредоточенной в точке $x = a_1$, функция $\Phi(x)$ определяется равенствами:

$$\begin{aligned} &\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots \Phi(x) = 0 \\ &\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi(x) = \frac{1}{k^3} \frac{l^3}{EI} Q_1 V(x - a_1) \end{aligned} \qquad (38)$$

Положим теперь, что приложена не одна сила Q_1, а несколько, например четыре

$$Q_1, \ Q_2, \ Q_3, \ Q_4$$

в точках, для которых x имеет значения

$$a_1, \ a_2, \ a_3, \ a_4$$

тогда для каждой из этих сил, в отдельности, и если бы эта сила была одна, мы получили бы равенства:

$$\begin{aligned}
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots \Phi_1(x) = 0 \\
&\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi_1(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_1 V(x - a_1) \\
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_2 \ldots \Phi_2(x) = 0 \\
&\text{»} \quad a_2 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi_2(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_2 V(x - a_2) \\
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_3 \ldots \Phi_3(x) = 0 \\
&\text{»} \quad a_3 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi_3(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_3 V(x - a_3) \\
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_4 \ldots \Phi_4(x) = 0 \\
&\text{»} \quad a_4 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi_4(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_4 V(x - a_4)
\end{aligned} \tag{39}$$

Накладывая эти определения функций $\Phi_1(x)$, $\Phi_2(x)$, $\Phi_3(x)$ и $\Phi_4(x)$, получаем для функции $\Phi(x)$ такое определение:

$$\begin{aligned}
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots \Phi(x) = 0 \\
&\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq a_2 \ldots \Phi(x) = \Phi_1(x) \\
&\text{»} \quad a_2 \leqq x \leqq a_3 \ldots \Phi(x) = \Phi_1(x) + \Phi_2(x) \\
&\text{»} \quad a_3 \leqq x \leqq a_4 \ldots \Phi(x) = \Phi_1(x) + \Phi_2(x) + \Phi_3(x) \\
&\text{»} \quad a_4 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi(x) = \Phi_1(x) + \Phi_2(x) + \Phi_3(x) + \Phi_4(x)
\end{aligned} \tag{40}$$

Отсюда само собою понятно, каким образом составить функцию $\Phi(x)$ для n сосредоточенных сил.

Перейдем теперь к случаю нагрузки парой, сосредоточенной в точке, для которой $x_1 = l_1$; пусть момент этой пары есть M_1, тогда стоит только принять, что

$$Q_2 = -Q_1;\ l_2 = l_1 + \varepsilon;\ Q_1\varepsilon = M_1$$

предположить, что величина ε бесконечно малая, но что

$$\lim_{\varepsilon=0} Q_1\varepsilon = M_1 \tag{41}$$

Значения переменной x для точек приложения сил Q_1 и Q_2 будут

$$a_1 \text{ и } a_1 + \eta$$

где попрежнему $\eta l = \varepsilon$, так что

$$\lim_{\eta=0} Q_1\eta = \frac{1}{l} M_1$$

На основании формул (40), имеем:

для $0 \leqq x \leqq a_1 \ldots \Phi(x) = 0$

» $a_1 \leqq x \leqq a_2 \ldots \Phi(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_1 \cdot V(x-a_1)$

» $a_2 \leqq x \leqq 1 \ldots \Phi(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} Q_1 \cdot [V(x-a_1) - V(x-a_2)]$

полагая $a_2 = a_1 + \eta$ и переходя к пределу, видим, что второй участок исчезает, для третьего же будет при бесконечно малом η:

$$V(x-a_1) - V(x-a_1-\eta) = \eta V'(x-a_1)$$

но

$$V'(x-a) = kU(x-a)$$

следовательно, на основании формулы (41), в пределе будет

$$\Phi(x) = \frac{1}{k^3}\frac{l^3}{EI} M_1 \cdot U(x-a)$$

Таким образом, для момента M_1, приложенного в точке, соответствующей абсциссе $x = a_1$, имеем следующее определение функции $\Phi(x)$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots & \Phi(x) = 0 \\ \text{» } a_1 \leqq x \leqq 1 \ldots & \Phi(x) = \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI} M_1 \cdot U(x-a_1) \end{array}\right\} \tag{42}$$

В том случае, когда в точке $x = a_1$ приложены одновременно сосредоточенная сила Q_1 и момент M_1, то функция $\Phi(x)$ определяется следующими равенствами:

$$\begin{aligned} &\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = 0 \\ &\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq 1 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_1 \cdot V(x - a_1) + M_1 \cdot U(x - a_1)\right] \end{aligned} \tag{43}$$

Очевидно, что, когда в точках, для коих значения переменной x суть

$$a_1, \; a_2, \; a_3 \ldots a_n$$

приложены силы

$$Q_1, \; Q_2, \; Q_3, \ldots Q_n$$

и пары, коих моменты

$$M_1, \; M_2, \; M_3, \ldots M_n$$

то, положив

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_1 V(x - a_1) + M_1 U(x - a_1)\right] \\ \varphi_2(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_2 V(x - a_2) + M_2 U(x - a_2)\right] \\ \varphi_n(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_n V(x - a_n) + M_n U(x - a_n)\right] \end{aligned} \tag{44}$$

получим, для определения функции $\Phi(x)$, следующие равенства:

$$\begin{aligned} &\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = 0 \\ &\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq a_2 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = \varphi_1(x) \\ &\text{»} \quad a_2 \leqq x \leqq a_3 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) \\ &\text{»} \quad a_3 \leqq x \leqq a_4 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \varphi_3(x) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\text{»} \quad a_n \leqq x \leqq 1 \; . \; . \; . \; \Phi(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \varphi_3(x) + \ldots + \varphi_n(x) \end{aligned} \tag{45}$$

Уравнение упругой линии, когда конец вала, где $x = 0$, подперт, будет

$$y = BT(x) + DV(x) + \Phi(x) \tag{46}$$

когда же этот конец заделан, то

$$y = CU(x) + DV(x) + \Phi(x) \tag{47}$$

и когда этот конец свободен, то

$$y = AS(x) + BT(x) + \Phi(x) \tag{48}$$

как это уже указано в § 6, формулою (36), функция же $\Phi(x)$ во всех случаях одна и та же, определяемая формулами (45).

Постоянные произвольные определяются по граничным условиям для конца вала, соответствующего значению $x = 1$.

§ 8. Формулами § 7 задача решается, когда силы и моменты *заданы*, но для вращающегося вала ни силы, ни моменты не задаются, а известны лишь их выражения через массы и моменты инерции шкивов и прогибы и уклоны вала в местах их насадки.

Пусть места насадки шкивов заданы значениями переменной x:

$$a_1,\ a_2, \ldots a_n$$

пусть массы шкивов

$$m_1,\ m_2, \ldots m_n$$

моменты инерции их

$$K_1 = m_1 \rho_1^2;\ K_2 = m_2 \rho_2^2; \ldots K_n = m_n \rho_n^2$$

тогда силы $Q_1, Q_2, \ldots Q_n$ и моменты $M_1, M_2, \ldots M_n$ выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
&Q_1 = m_1 \omega^2 y_0(a_1) \qquad M_1 = -K_1 \omega^2 \left(\frac{dy}{dx_1}\right)_{x_1 = l_1} = -\frac{K_1}{l} \omega^2 y_0'(a_1) \\
&Q_2 = m_2 \omega^2 y_1(a_2) \qquad M_1 = -\frac{K_2}{l} \omega^2 y_1'(a_2) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&Q_n = m_n \omega^2 y_{n-1}(a_n) \quad M_n = -\frac{K_n}{l} \omega^2 y'_{n-1}(a_n)
\end{aligned} \tag{49}$$

Мы написали

$$y_0(a_1),\ y_1(a_n), \ldots y_0'(a_1), \ldots y'_{n-1}(a_n)$$

вместо

$$y(a_1),\ y'(a_2), \ldots y'(a_n)$$

чтобы обратить внимание, что, соответственно значениям функции $\Phi(x)$ для разных участков, и функция y выражается различно.

§ 9. Чтобы пояснить порядок составления выражений для функции y и дальнейшего развития формул, начнем с простейшего случая, когда на вале шкивов нет.

В этом случае для всего протяжения вала

$$\Phi(x) = 0$$

и вид уравнения упругой линии зависит только от граничных условий при конце, соответствующем значению $x = 0$; уравнения же, служащие для определения постоянных произвольных, зависят от граничных условий при $x = 1$. Возьмем следующие случаи.

1°) Оба конца подперты, т. е. лежат в подшипниках Селлерса.

Уравнение упругой линии есть

$$y = BT(x) + DV(x) \tag{50}$$

причем граничные условия

$$y(0) = 0; \quad y''(0) \tag{51}$$

на основании равенств (27), удовлетворены тожественно при всяких значениях постоянных произвольных B и D.

Граничные условия

$$y(1) = 0; \quad y''(1) = 0$$

будут

$$BT\ (1) + DV\ (1) = 0$$

$$BT''(1) + DV'' + = 0$$

но, по таблице (29),

$$T''(1) = k^2 V(1); \quad V''(1) = k^2 T'(1)$$

так что второе уравнение будет

$$BV(1) + DT(1) = 0$$

и, следовательно, критическая скорость определяется уравнением

$$T^2(1) - V^2(1) = 0$$

т. е. на основании формул (28)

$$\operatorname{sh} k \cdot \sin k = 0 \tag{52}$$

которое мы имеем в § 3 и для корней которого критические скорости даны формулами (12) и (13).

2°) Положим теперь, что левый подшипник ($x=0$) — Селлерса, правый — обыкновенный, неподвижный, так что граничные условия при $x=1$ суть

$$y(1)=0;\ y'(1)=0$$

т. е.

$$BT(1)+DV(1)=0$$

$$BT'(1)+DV'(1)=0$$

но

$$T'(1)=kS(1);\ V'(1)=kU(1)$$

значит, второе уравнение будет

$$B\cdot S(1)+DU(1)=0$$

и критические скорости определяются по уравнению

$$T(1)\cdot U(1)-S(1)\cdot V(1)=0 \tag{53}$$

т. е.

$$(\operatorname{sh}k+\sin k)(\operatorname{ch}k-\cos k)-(\operatorname{ch}k+\cos k)(\operatorname{sh}k-\sin k)=0$$

или по упрощении будет

$$\operatorname{ch}k\sin k-\operatorname{sh}k\cos k=0 \tag{53'}$$

Пользуясь таблицами Хаясси, приложенными к книге «О расчете балок, лежащих на упругом основании», непосредственно находим наименьший корень этого уравнения

$$k_1=3.93$$

которому соответствует критическая скорость

$$\omega_1=(3.93)^2\cdot\sqrt{\frac{gEI}{pl^4}}=15.4\sqrt{\frac{gEI}{pl^4}}$$

3°) Положим теперь, что левый подшипник — обыкновенный, правый — Селлерса.

Уравнение упругой линии будет

$$y=CU(x)+DV(x)=0$$

Граничные условия при $x=1$ суть

$$y(1)=0;\ y''(1)=0$$

т. е. в нашем случае

$$CU(1) + DV(1) = 0$$

$$CS(1) + DT(1) = 0$$

и уравнение, дающее критические скорости, есть

$$T(1) \cdot U(1) - S(1)\, V(1) = 0$$

т. е. то же самое, как и в примере 2, как это, очевидно, и должно быть.

4°) Оба подшипника — обыкновенные. В этом случае уравнение упругой линии есть

$$y = CU(x) + DV(x) = 0$$

Граничные условия при $x = 1$ суть

$$y(1) = 0; \;\; y'(1) = 0$$

т. е.

$$C \cdot U(1) + D \cdot V(1) = 0$$

$$C \cdot T(1) + D \cdot U(1) = 0$$

следовательно, критические скорости определяются уравнением

$$U^2(1) - T(1)\, V(1) = 0 \tag{54}$$

иначе

$$(\operatorname{ch} k - \cos k)^2 - (\operatorname{sh} k + \sin k)(\operatorname{sh} k - \sin k) = 0$$

которое по упрощении будет

$$\operatorname{ch} k \cos k = 1 \tag{54'}$$

Наименьший отличный от нуля корень этого уравнения есть

$$k_1 = 4.73$$

и критическая скорость

$$\omega_1 = (4.73)^2 \sqrt{\frac{gEI}{pl^4}} = 22.4 \sqrt{\frac{gEI}{pl^4}}$$

§ **10.** Положим теперь, что на вале имеются насаженные шкивы, и начнем с простейшего случая, когда шкив один и насажен в точке, для которой $x = a$, масса шкива m, момент инерции его $K = m\rho^2$.

Положим, что левый конец ($x=0$) вала подперт, тогда уравнения упругой линии, на основании формул § 7, суть:

$$\begin{aligned} &\text{для } 0 \leqq x \leqq a \ldots y = y_0 = BT(x) + DV(x) \\ &\text{»} \quad a \leqq x \leqq 1 \ldots y = y_1 = BT(x) + DV(x) + \varphi_1(x) \end{aligned} \tag{55}$$

причем

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k}Q \cdot V(x-a) + \frac{M}{l} \cdot U(x-a)\right] \tag{56}$$

$$Q = m\omega^2 y_0(a); \quad M = -K\omega^2 y'_0(a); \tag{57}$$

примем, что правый конец ($x=1$) вала тоже подперт, тогда граничные условия будут

$$y_1(1) = 0; \; y_1''(1) = 0$$

т. е.

$$\begin{aligned} &BT(1) + DV(1) = 0 \\ &BT''(1) + DV''(1) + \varphi_1''(1) = 0 \end{aligned} \tag{58}$$

но

$$T''(1) = k^2 V(1); \quad V''(1) = k^2 T(1)$$

$$V''(1-a) = k^2 T(1-a); \quad U''(1-a) = k^2 S(1-a)$$

Положив для краткости письма

$$1 - a = b$$

получим уравнения (58) в следующем виде:

$$BT(1) + DV(1) = 0 \tag{59}$$

$$BV(1) + DT(1) + \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k}QT(b) + \frac{M}{l}S(b)\right] = 0 \tag{60}$$

вместе с тем будет

$$\begin{aligned} &Q = m\omega^2[BT(a) + DV(a)] \\ &M = -km\rho^2\omega^2[BS(a) + DU(a)]; \end{aligned} \tag{61}$$

подставляя эти величины в уравнение (60), имеем

$$\begin{aligned} &B\left[V(1) - \frac{m\omega^2 l^3}{k^3 EI}T(a)T(b) - \frac{m\omega^2\rho^2 l}{kEI}S(a)S(b)\right] + \\ &+ D\left[T(1) - \frac{m\omega^2 l^3}{k^3 EI}V(a)T(b) - \frac{m\omega^2\rho^2 l}{kEI}U(a)S(b)\right] = 0 \end{aligned} \tag{60'}$$

Положив для краткости

$$\frac{m\omega^2 l^3}{EI}=\alpha; \quad \frac{m\omega^2 \rho^2 l}{EI}=\beta$$

получим, для определения критических скоростей, уравнение

$$\begin{aligned}\Delta(k)=T(1)\left[T(1)-\frac{\alpha}{k^3}V(a)T(b)-\frac{\beta}{k}U(a)S(b)\right]\\ -V(1)\left[V(1)-\frac{\alpha}{k^3}T(a)T(b)-\frac{\beta}{k}S(a)S(b)\right]=0\end{aligned} \tag{61}$$

которое для численного вычисления корней нет надобности развивать, ибо для этого вычисление придется делать последовательными приближениями, задавая величину k и сближая пределы; так, например, взяв $k=c$, имеем

$$\begin{aligned}&2T(1)=\operatorname{sh} c+\sin c; \quad 2V(1)=\operatorname{sh} c-\sin c\\ &2T(a)=\operatorname{sh} ac+\sin ac; \quad 2V(a)=\operatorname{sh} ac-\sin ac\\ &2S(a)=\operatorname{ch} ac+\cos ac; \quad 2U(a)=\operatorname{ch} ac-\cos ac\\ &2S(b)=\operatorname{ch} bc+\cos bc;\\ &2T(b)=\operatorname{sh} bc+\sin bc;\end{aligned} \tag{62}$$

Все эти величины сразу выбираются по своему аргументу из таблиц Хаясси, и ясно, что развитие величины $\Delta(k)$ не внесет упрощения в ее численное вычисление, и практически бесполезно.

§ **11.** Покажем теперь, каким образом надо поступать, когда на валу насажено несколько шкивов; мы возьмем, для простоты рассуждений и письма, три шкива, по самому же ходу выкладок будет очевидно, каким образом поступать при любом их числе.

Итак, пусть места насадки шкивов определяются следующими значениями переменной x:

$$a_1, \; a_2, \; a_3$$

массы шкивов

$$m_1, \; m_2, \; m_3$$

их моменты инерции

$$m_1\rho_1^2, \; m_2\rho_2^2, \; m_3\rho_3^2$$

оба конца вала подперты, так что граничные условия суть

$$y(1)=0; \quad y''(1)=0 \tag{*}$$

Общие формулы, служащие для определения критических скоростей, выведены в §§ 7 и 8.

Точками насадки шкивов вал подразделяется на четыре участка, на которых уравнения упругой линии будут:

$$
\begin{aligned}
&\text{для } 0 \leqq x \leqq a_1 \ldots y = y_0 = BT(x) + DV(x) \\
&\text{»} \quad a_1 \leqq x \leqq a_2 \ldots y = y_1 = y_0 + \varphi_1(x) \\
&\text{»} \quad a_2 \leqq x \leqq a_3 \ldots y = y_2 = y_0 + \varphi_1(x) + \varphi_2(x) \\
&\text{»} \quad a_3 \leqq x \leqq 1 \ldots y = y_3 = y_0 + \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \varphi_3(x)
\end{aligned}
\tag{63}
$$

причем

$$
\begin{aligned}
\varphi_1(x) &= \frac{1}{k^3} \frac{l^2}{EI} \left[\frac{l}{k} Q_1 V(x - a_1) + M_1 U(x - a_1) \right] \\
\varphi_2(x) &= \frac{1}{k^2} \frac{l^2}{EI} \left[\frac{l}{k} Q_2 V(x - a_2) + M_2 U(x - a_2) \right] \\
\varphi_3(x) &= \frac{1}{k^2} \frac{l}{EI} \left[\frac{l}{k} Q_3 V(\ - a_3) + M_3 U(x - a_3) \right]
\end{aligned}
\tag{64}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_1 &= m_1 \omega^2 y_0(a_1); \quad M_1 = -\frac{m_1 \rho_1^2 \omega^2}{l} \cdot y_0'(a_1) \\
Q_2 &= m_2 \omega^2 y_1(a_2); \quad M_2 = -\frac{m_2 \rho_2^2 \omega^2}{l} y_1'(a_2) \\
Q_3 &= m_3 \omega^2 y_2(a_3); \quad M_3 = -\frac{m_3 \rho_3^2 \omega^2}{l} y_2'(a_3)
\end{aligned}
\tag{65}
$$

Из этих формул видно, что, начав с y_0, последовательно можно составить остальные функции, которые все будут вида

$$BX_1 + DX_2,$$

где X_1 и X_2 будут функции, определенным образом составленные из известных функций от аргумента kx.

Отсюда ясно, что граничные условия (*) будут вида

$$
\begin{aligned}
BG(k) + DH(k) &= 0 \\
BL(k) + DN(k) &= 0
\end{aligned}
\tag{66}
$$

и уравнение, которым определяются критические скорости, будет

$$\Delta(k) = G(k) \cdot N(k) - H(k) \cdot L(k) = 0 \tag{67}$$

Это выражение будет настолько сложно, что решение этого уравнения возможно лишь последовательными приближениями, для которых требуется лишь возможность вычисления частных значений величины $\Delta(k)$, соответствующих задаваемым частным значениям величины k, которые обозначим через

$$\gamma, \gamma_1, \gamma_2, \ldots$$

Так как развитие в общем виде величины $\Delta(k)$ практически не выполнимо, а если бы и было выполнимо, то по своей сложности для численных вычислений бесполезно, то ясно, что задав, например,

$$k = \gamma$$

надо вычислить величины

$$G(\gamma), \ H(\gamma), \ L(\gamma) \quad \text{и} \quad N(\gamma)$$

Эти выражения проще вычислять в два приема порознь.

Очевидно, что положив во всех формулах

$$B = 1, \ D = 0$$

мы получим

$$\begin{aligned} y_3(1) &= G(\gamma) \\ y_3''(1) &= L(\gamma) \end{aligned} \tag{68}$$

Совершенно так же, положив

$$B = 0; \ D = 1$$

мы получим

$$\begin{aligned} y_3(1) &= H(\gamma) \\ y''(1) &= N(\gamma) \end{aligned} \tag{68'}$$

после чего найдется и соответствующее частное значение

$$\Delta(\gamma) = G(\gamma) \cdot N(\gamma) - H(\gamma) \cdot L(\gamma) \tag{67}$$

Затем полагаем

$$k = \gamma_1$$

и совершенно подобным образом вычислим

$$\Delta(\gamma_1)$$

после чего линейными приближениями будем сближать пределы.

Не приводя схем, поясним достаточно подробно самую последовательность численных вычислений.

Когда положено

$$B = 1; \; D = 0$$

то обозначим соответствующие величины y_0, y_1, y_2, y_3 через z_0, z_1, z_2, z_3; функции $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$ через $\psi_1(x), \psi_2(x) \; \psi_3(x)$ и величины $Q_1, Q_2, Q_3, M_1, M_2, M_3$ через $Q_1', Q_2', Q_3', M_1', M_2', M_3'$, тогда будем иметь формулы

$$\begin{aligned} z_0 &= T(x) \\ z_1 &= z_0 + \psi_1(x) \\ z_2 &= z_0 + \psi_1(x) + \psi_2(x) \\ z_3 &= z_0 + \psi_1(x) + \psi_2(x) + \psi_3(x) \end{aligned} \tag{63'}$$

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_1' V(x - a_1) + M_1' U(x - a_1)\right] \\ \psi_2(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_2' V(x - a_2) + M_2' U(x - a_2)\right] \\ \psi_3(x) &= \frac{1}{k^2}\frac{l^2}{EI}\left[\frac{l}{k} Q_3' V(x - a_3) + M_3' U(x - a_3)\right] \end{aligned} \tag{64'}$$

$$\begin{aligned} Q_1' &= m_1 \omega^2 z_0(a_1) \quad & M_1' &= -\frac{m_1 \rho^2}{l} \omega^2 \cdot z_0'(a_1) \\ Q_2' &= m_2 \omega^2 z_1(a_2) \quad & M_2' &= -\frac{m_2 \rho_2^2}{l} \omega^2 \cdot z_1'(a_2) \\ Q_3' &= m_3 \omega^2 z_2(a_3) \quad & M_3' &= -\frac{m_3 \rho_3^2}{l} \cdot \omega^2 \cdot z_2'(a_3) \end{aligned} \tag{65'}$$

Положив

$$k = \gamma$$

вычисляем аргументы

$$ka_1 = \gamma \frac{l_1}{l}; \quad ka_2 = \gamma \frac{l_2}{l}; \quad ka_3 = \gamma \frac{l_3}{l} \tag{69}$$

по которым, пользуясь таблицами Хаясси, находим значения функций

$$T(a_1); \; T(a_2); \; T(a_3); \; T(1)$$
$$S(a_1); \; S(a_2); \; S(a_3); \; V(1)$$

и по формулам

$$z_0 = T(x);\ \ z_0' = kS(x);\ \ z_0'' = k^2 V(x)$$

находим величины

$$\begin{gathered} z_0(a_1);\ \ z_0(a_2);\ \ z_0(a_3);\ \ z_0(1) \\ z_0'(a_1);\ \ z_0'(a_2);\ \ z_0'(a_3);\ \ z_0''(1) \end{gathered} \tag{70}$$

пользуясь которыми находим Q_1' и M_1' и по ним составляем функцию $\psi_1(x)$, которая будет иметь вид

$$\psi_1(x) = g_1 V(x - a_1) + h_1 U(x - a_1)$$

и ее производные

$$\psi_1'(x) = kg_1 U(x - a_1) + kh_1 T(x - a_1)$$

$$\psi_1''(x) = k^2 g_1 T(x - a_1) + k_2 h_1 S(x - a_1)$$

по этим формулам вычисляем значения

$$\psi_1(a_2);\ \ \psi_1'(a_2);\ \ \psi_1(a_3);\ \ \psi_1'(a_3);\ \ \psi_1(1);\ \ \psi''(1)$$

и по ним и значениям (70) находим

$$z_1(a_2),\ \ z_1'(a_2);\ \ z_1(a_3),\ \ z_1'(a_3) \tag{71}$$

пользуясь которыми вычисляем Q_2' и M_2', и по ним составляем функцию

$$\psi_2(x) = g_2 V(x - a_2) + h_2 U(x - a_2)$$

с численными коэффициентами g_2 и h_2 и ее производные

$$\psi_2'(x) = kg_2 U(x - a_2) + kh_2 T(x - a_2)$$

$$\psi_2''(x) = k^2 g_2 T(x - a_2) + k^2 h_2 S(x - a_2)$$

По этим формулам вычисляем значения

$$\psi_2(a_3),\ \ \psi_2'(a_3);\ \ \psi_2(1),\ \ \psi''(1)$$

Пользуясь этими значениями и значениями (70) и (71), находим

$$z_2(a_3),\ \ z_2'(a_3), \tag{72}$$

по которым вычисляем Q_3' и M_3' и составляем функции

$$\psi_3(x) = g_3 V(x - a_3) + h_3 U(x - a_3)$$

и

$$\psi_3''(x) = k^2 g_3 T(x - a_3) + k^2 h_3 S(x - a_3)$$

и вычисляем

$$\psi_3(1) \text{ и } \psi_3''(1) \tag{73}$$

тогда будет

$$\begin{aligned} z_3(1) &= z_0(1) + \psi_1(1) + \psi_2(1) + \psi_3(1) = G(\gamma) \\ z_3''(1) &= z_0''(1) + \psi_1''(1) + \psi_2''(1) + \psi_3''(1) = L(\gamma) \end{aligned} \tag{74}$$

Совершенно так же, положив

$$B = 0 \qquad D = 1$$

вычислим значения

$$H(\gamma) \text{ и } N(\gamma)$$

по формулам, составление которых не представляет никаких затруднений

Вычисление это может быть расположено в весьма простые схемы, составление которых для краткости также опускаем.

Очевидно, что, при любом числе шкивов и при любых граничных условиях, критические скорости найдутся по изложенному способу совершенно подобным же образом.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

SUR L'INTÉGRALE DE CAUCHY DANS LE DOMAINE HYPERCOMPLEXE

Par V. GONČAROV (W. Gontcharow)

Présenté par S. Bernstein, *membre de l'Académie des Sciences*

1. On définit le plus souvent un nombre complexe ou vecteur comme un aggrégat (une paire, un triple etc.) de nombres réels ou scalaires; on est obligé en même temps de formuler les règles d'opérations qu'on aura à exécuter. Cette manière de procéder, la seule irréprochable au point de vue formel et arithmétique, parait insuffisante lorsqu'il s'agit de construire une théorie de fonctions. Si l'on ne veut pas que la fonction complexe se réduise tout simplement à un système de fonctions réelles de plusieurs variables réelles indépendantes, on est amené à introduire certaines relations du type de Cauchy-Riemann qui relient entre elles les parties «réelle» et «imaginaires» de la fonction. Mais c'est l'intégrale de Cauchy qui, en fournissant le moyen de calculer les valeurs de la fonction dans un domaine d'après ses valeurs sur un contour fermé, présente le point de départ et le vrai noyau de la théorie. Le développement Taylorien en est une conséquence immédiate. C'est pourquoi, en s'engageant dans l'étude d'une théorie des fonctions dans un domaine complexe, il est très naturel, dès le debut, de se poser la question si l'intégrale de Cauchy (dans un sens à préciser) y a lieu ou non.

Dans le présent article je me propose de rechercher, sous quelles conditions une extension de l'intégrale de Cauchy dans un domaine complexe considéré est possible. On verra les obstacles, quelquefois insurmontables, qui se rencontrent sur cette voie.

2. Un nombre complexe a est défini par la formule

$$a = \sum_i a_i e_i$$

où les a_i sont des nombres réels, les e_i sont des unités formant la base du système, et la sommation s'étend de 1 à n ($n \geqslant 2$).

Un autre nombre complexe b étant donné par la formule

$$b = \sum_i b_i e_i,$$

on a $a = b$, si $a_i = b_i (i = 1, 2, \ldots n)$ et dans ce cas seulement. L'addition et la multiplication se font d'après les règles de l'algèbre ordinaire, ayant égard à la «table de multiplication»

$$e_i e_j = \sum_k \gamma_k^{ij} e_k,$$

les n^3 coefficients γ_k^{ij} étant réels et caractérisant le système complexe considéré. Par suite, on obtient:

$$a + b = \sum_i (a_i + b_i) e_i, \quad ab = \sum_k \left(\sum_{ij} \gamma_k^{ij} a_i b_j \right) e_k.$$

Deux lois distributives sont toujours valables:

$$(a+b)c = ac + bc, \quad c(a+b) = ca + cb,$$

ainsi que les lois commutative et associative de l'addition:

$$a + b = b + a, \quad a + (b + c) = (a + b) + c;$$

par contre, la loi commutative de la multiplication

$$ab = ba$$

se manifeste par les conditions nécessaires et suffisantes

$$\gamma_k^{ij} = \gamma_k^{ji} \qquad (i,j,k = 1, 2, \ldots n).$$

De même, on vérifie sans peine, que la loi associative de multiplication $a(bc) = (ab)c$ n'a lieu que sous les conditions

$$\Gamma_m^{ijk} = 0 \qquad (i, j, k, m = 1, 2, \ldots n), \tag{1}$$

avec

$$\Gamma_m^{ijk} = \sum_\nu (\gamma_\nu^{ij} \gamma_m^{\nu k} - \gamma_\nu^{jk} \gamma_m^{i\nu}).$$

3. La soustraction et la division étant considérées comme opérations inverses par rapport à l'addition et la multiplication, on obtient, d'abord,

$$a - b = \sum_i (a_i - b_i) e_i \cdot$$

En ce qui concerne la division, il y a des difficultés que nous allons étudier de plus près. Soit $a = \sum_i a_i e_i$ le nombre qu'il faut diviser par $x = \sum_i x_i e_i$. Ceci peut désigner deux choses différentes: ou bien on cherche à déterminer un nombre $y = \sum_i y_i e_i$, racine de l'équation $xy = a$ (division droite) où bien celle de l'équation $yx = a$ (division gauche). Or, dans le premier cas, on a à résoudre le système linéaire

$$\sum_{ij} \gamma_k^{ij} x_i y_j = a_k \qquad (k = 1, 2, \ldots n); \tag{2}$$

la condition pour que la solution existe et soit unique s'écrit:

$$\Delta^*(x) \neq 0, \tag{3'}$$

où l'on a posé

$$\Delta^*(x) = \left\| \sum_i \gamma_k^{ij} x_i \right\|,$$

en désignant par $\| a_1{}'_k \|$ le déterminant d'ordre n, dont l'élément se trouvant à l'intersection de la k-ième ligne et de la j-ième colonne est égal à a_{jk}. De même, dans le cas de la division gauche, on doit avoir

$$^*\Delta(x) \neq 0, \tag{3''}$$

avec

$$^*\Delta(x) = \left\| \sum_i \gamma_k^{ji} x_i \right\| \cdot$$

Évidemment, si la multiplication est commutative, on a $\Delta^*(x) = {}^*\Delta(x) = \Delta(x)$, et les conditions (3′) et (3″) se réduisent à une seule

$$\Delta(x) = 0. \tag{3}$$

En nous servant de l'interprétation géometrique des nombres complexes $x_i (i = 1, 2, \ldots n)$ comme points de coordonnées $x_i (i = 1, 2, \ldots n)$ dans l'espace euclidien de n dimensions, appelons variété caractéristique (ou tout court caractéristique) droite (resp. gauche) du système complexe l'ensemble des points x tels que la division droite (resp. gauche) par x ne

soit pas toujours possible: les deux caractéristiques sont données par les équations

$$\Delta^*(x) = 0, \qquad \Delta^*(x) = 0,$$

se confondant en une seule

$$\Delta(x) = 0 \tag{4}$$

dans le cas où la multiplication est commutative.

On voit immédiatement que les caractéristiques sont des cônes d'ordre n de sommet origine. Ceci revient à la relation d'homogénéité:

$$\Delta(\rho x) \equiv \rho^n \Delta(x) \qquad (\rho > 0). \tag{5}$$

4. La multiplication étant supposée commutative et associative, il est facile de vérifier directement l'identité en x et y

$$\Delta(xy) = \Delta(x)\Delta(y).$$

On en tire la conclusion importante: si $\Delta(xy) = 0$, on a $\Delta(x) = 0$ ou $\Delta(y) = 0$. Admettons, en particulier, que la caractéristique se réduit à un seul point $x = 0$ (tel est le cas du système complexe ordinaire); alors, $\Delta(x) = 0$ entraîne $x = 0$, et $xy = 0$ entraîne $x = 0$ ou $y = 0$ («théorème du zéro»).

D'autre part, dans le cas général, si $xy = 0$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, on a nécessairement $\Delta(x) = 0$ et $\Delta(y) = 0$. Ceci s'obtient du système (2), en y posant $a_k = 0$ $(k = 1, 2, \ldots n)$.

En se servant du langage géométrique, les dernières propositions s'énoncent: 1) si le produit se trouve sur la caractéristique, l'un des facteurs (au moins) s'y trouve aussi; 2) si le produit de deux facteurs, différents de zéro, s'annule, les deux facteurs sont sur la caractéristique.

5. Le module $|x|$ du nombre complexe x est défini par l'égalité

$$|x| = +\sqrt{\sum_i x_i^2}.$$

Considérons le rapport

$$\frac{|xy|}{|x|\cdot|y|} = \sqrt{\frac{\sum_k \left(\sum_{ij} \gamma_k^{ij} x_i y_j\right)^2}{\sum_k x_k^2 \cdot \sum_k y_k^2}} \qquad (x_1 y \neq 0)$$

En étudiant les valeurs, que ce rapport est susceptible de prendre, il suffit d'imposer aux variables x et y les restrictions

$$\sum_k x_k^2 = 1 \quad \text{et} \quad \sum_k y_k^2 = 1, \tag{6}$$

c'est-à-dire de leur faire parcourir les sphères de centre origines et de rayon un.

En admettant x fixe et y variable, désignons par $\overline{H}(x)$ et $\underline{H}(x)$ les bornes supérieure et inférieure de notre rapport:

$$\underline{H}(x) \leqslant \frac{|xy|}{|x| \cdot |y|} \leqslant \overline{H}(x). \tag{7}$$

Les deux fonctions réelles de la variable còmplexe x $\overline{H}(x)$ et $\underline{H}(x)$ possèdent les propriétés suivantes:

1°. $\overline{H}(x)$ et $\underline{H}(x)$ sont définies et continues pour toutes les valeurs de x sauf $x = 0$; on a $0 \leqslant \underline{H}(x) \leqslant \overline{H}(x)$;

2°. $\overline{H}(\rho x) = \overline{H}(x)$, $\underline{H}(\rho x) = \underline{H}(x)$; $\quad (\rho > 0)$;

3°. quel que soit $x (\neq 0)$, on a

$$\overline{H}(x) \leqslant K, \tag{8}$$

$K \equiv K(\gamma^{ij}_k)$ étant une constante positive. En effet, on a, étant admis les égalités (6),

$$\frac{|xy|}{|x| \cdot |y|} = \sqrt{\sum_k \Big(\sum_{ij} \gamma_k^{ij} x_i y_j\Big)^2} \leqslant \sqrt{\sum_{ijk} \gamma_k^{ij2}} \equiv K,$$

d'où il suit (8);

4°. Si $\underline{H}(x) = 0$, on a $\Delta(x) = 0$ (la multiplication est toujours supposée commutative).

Soit $\underline{H}(x) = 0$. Alors, d'après la définition, il existe une suite de nombres $y^{(n)} (\neq 0)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ tels que l'on a

$$\lim_{n \to \infty} \frac{|xy^{(n)}|}{|x| \cdot |y^{(n)}|} = 0.$$

Comme on peut toujours supposer $|x| = 1$, $|y^{(n)}| = 1$, ceci revient à

$$\lim_{n \to \infty} |xy^{(n)}| = 0.$$

Or, si η est un point-limite de $y^{(n)}$ (un tel existe nécessairement sur la sphère $|y| = 1$), il en suit $|x\eta| = 0$; donc, en vertu du numéro 3, on a $\Delta(x) = 0$.

5°. Si x parcourt un ensemble de points E, fermé et n'ayant pas de points communs avec la caractéristique, alors

$$\underline{H}(x) \geqslant \delta > 0,$$

où la constante δ dépend de l'ensemble E. C'est ce qui s'obtient du théorème de Weierstrass relatif au minimum d'une fonction continue dans un domaine fermé. Soit x^* un point de E, où $\underline{H}(x)$ atteint la valeur minimum; comme x^* n'appartient pas à la caractéristique, on doit avoir, d'après (4), $\underline{H}(x^*) > 0$

La propriété 3° nous donne:

$$|xy| \leqslant K|x| \cdot |y|. \tag{9}$$

D'autre part, il suit de (7):

$$|xy| \geqslant \underline{H}(x) \cdot |x|\,|y|,$$

et aussi

$$|xy| \geqslant \underline{H}(y) \cdot |x| \cdot |y|.$$

Si y parcourt un ensemble de points E, fermé et n'ayant pas de points sur la caractéristique (donc, $\Delta(y) \neq 0$), on a, d'après la propriété 5°., $\underline{H}(y) \geqslant \delta > 0$; donc

$$|xy| \geqslant \delta \cdot |x| \cdot |y|.$$

Comme x est quelconque dans cette inégalité, remplaçons le par $\frac{x}{y}$; on aura:

$$\left|\frac{x}{y}\right| \leqslant \frac{|x|}{\delta |y|} \tag{10}$$

Nous aurons à utiliser les inégalités (9) et (10).

6. Etant donné n fonctions réelles y_i de n variables réelles x_i $(i = 1, 2, \ldots n)$ dans un domaine *(D)* de l'espace R_n à n dimensions, une combinaison

$$y \equiv y(x) = \sum_i y_i(x_1, \ldots x_n)\, e_i$$

est dite fonction complexe de la variable complexe x. Les fonctions $y_i(x_1, \ldots x_n)$, ainsi que leurs dérivées partielles $\frac{\partial y_i}{\partial x_j}$ $(i, j =$ $= 1, 2, \ldots n)$, sont continues dans le domaine considéré *(D)*.

Imaginons une courbe de Jordan (C) dans (D), définie par les équations,

$$x_i = x_i(t) \qquad (t_0 \leqslant t \leqslant T),$$

où les $x_i(t)$ sont continues dans l'intervalle où varie le paramètre t.

On définit l'intégrale complexe $\int_{(C)} y\,dx$ par l'égalité

$$\int_{(C)} y\,dx = lim \sum_{\nu} y(x^{(\nu)})(x^{(\nu+1)} - x^{(\nu)}) = lim \sum_{\nu} y(x^{(\nu)})\Delta x^{(\nu)} \text{ [1]} \tag{11}$$

Le sens du parcours de la courbe (C) étant fixé, par exemple, par la croissance du paramètre t, on choisit sur (C) une suite de points $x^{(\nu)}$ $(\nu = 0, 1, \ldots N)$, se succédant dans l'ordre des indices; on forme la somme que l'on voit dans le second membre de (11) et l'on passe à la limite en faisant tendre vers zéro tous les nombres $|\Delta x^{(\nu)}|$, ce qui aura pour conséquence $N \to \infty$. Il est aisé de prouver l'existence de la limite et de la calculer. En effet, on a (les désignations se comprenant d'elles-mêmes)

$$\sum_{\nu} y(x^{(\nu)})\Delta x^{(\nu)} = \sum_{\nu}\Big(\sum_{i} y_i^{(\nu)} e_i\Big)\Big(\sum_{j} \Delta x_j^{(\nu)} e_j\Big) =$$
$$= \sum_{k}\Big[\sum_{\nu}\sum_{ij} \gamma_k^{ij}\, y_i^{(\nu)}\Delta x_j^{(\nu)}\Big] e_k. \tag{12}$$

Lorsque les $|\Delta x^{(\nu)}|$ tendent vers zéro, les sommes entre les parenthèses carrées convergent vers les intégrales curvilignes correspondantes, et l'on obtient:

$$\int_{(C)} y\,dx = \sum_{k}\Big[\int_{(C)} \sum_{j}\Big(\sum_{i} \gamma_k^{ij} y_i\Big) dx_j\Big] e_k \tag{13}$$

7. En s'appuyant sur l'inégalité (9), on tire de (12):

$$\Big|\sum y(x^{(\nu)})\Delta x^{(\nu)}\Big| \leqslant K \sum_{\nu} \, y(x^{(\nu)})| \cdot |\Delta x^{(\nu)}|$$

[1] Le nombre x est dit limite de la suite x_n $(n = 1, 2, \ldots)$ si l'on a

$$\lim_{n\to\infty} |x_n - x| = 0$$

Soit M le maximum de $|y(x)|$ sur la courbe (C):

$$|y(x)| \leqslant M.$$

Alors, on a

$$\left|\sum_\nu y(x^{(\nu)})\,\Delta x^{(\nu)}\right| \leqslant KM \sum_\nu |\Delta x^{(\nu)}|.$$

Sous l'hypothèse que la courbe (C) est rectifiable et possède la longueur L, il en résulte (en passant à la limite):

$$\left|\int_{(C)} y(x)\,dx\right| \leqslant KLM. \tag{14}$$

8. En général, l'intégrale (13) n'est pas indépendante du chemin d'intégration (C).

Cherchons les conditions pour que, dans un certain domaine (D) (ensemble ponctuel, borné ou non, d'un seul tenant, simplement connexe, dont chaque point est un point intérieur), cette intégrale ne dépende que des deux limites d'intégration, et ceci quel que soit le chemin (C) contenu dans (D). En d'autres termes, il s'agit de reconnaître sous quelles conditions l'intégrale (13), prise le long d'un contour (C) fermé et d'ailleurs quelconque dans (D), s'annule. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que l'on ait:

$$R_k^{pq}(y) = 0 \qquad (p, q, k = 1, 2, \ldots n) \tag{15}$$

étant posé

$$R_k^{pq}(y) = \sum_i \left(\gamma_k^{ip}\frac{\partial y^i}{\partial x^q} - \gamma_k^{iq}\frac{\partial y^i}{\partial x^p}\right). \tag{16}$$

Appelons conditions de Cauchy-Riemann le système (15) des équations aux dérivées partielles. Une fonction $y(x)$ sera dite régulière dans (D) si ces conditions y sont satisfaites identiquement; elle sera dite régulière en un point $x = x_0$, si elle l'est dans une sphère $|x - x_0| < \rho$, avec $\rho > 0$.

9. Si la fonction $y(x) \equiv x$ est régulière dans le système complexe considéré, la loi commutative de multiplication a lieu nécessairement, et inversement. En effet, les conditions de Cauchy-Riemann (15) se réduisent à $\gamma_k^{qp} = \gamma_k^{pq}$. Dans ce qui suit, la loi commutative est supposée valable.

D'autre part, en admettant que u et v sont deux fonctions de x_i qui possèdent les dérivées partielles du premier ordre par raport aux x_i $\frac{du}{dx_i}$ et $\frac{dv}{dx_i}$ $(i = 1, 2, \ldots n)$, on vérifie sans peine l'identité

$$R_k^{pq}(quv) = \sum_{ij} \left\{ u_i \left[\gamma_k^{jq} R_j^{qi}(v) - \gamma_k^{jp} R_j^{qi}(v) \right] + \right.$$

$$\left. + v_i \left[\gamma_k^{jq} R_j^{qi}(u) - \gamma_k^{jp} R_j^{qi}(u) \right] \right\} + \sum_j \Gamma_k^{pjq} \sum_i \left(u_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + v_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

Si la loi associative de multiplication est valable dans le système considéré, on a $\Gamma_k^{pjq} = 0$, donc il en résulte: le produit de deux fonctions régulières est encore une fonction régulière. Inversement, pour que cette proposition soit vraie, la loi associative de multiplication doit avoir lieu. Pour le voir, il suffit de poser dans (17) $u = e_s$ $(s = 1, 2, \ldots n)$, $v = x$; il s'ensuivra $\Gamma_k^{psq} = 0$.

Comme il est très essentiel pour l'existence de l'intégrale de Cauchy (voir plus bas § 10) que le produit de deux fonctions régulières soit encore une fonction régulière, nous allons admettre que, dans notre système, la multiplication est associative.

10. Pour finir avec les préliminaires, assurons nous que le rapport de deux fonctions régulières est encore une fonction régulière, étant supposé que la fonction au dénominateur ne s'annule pas. C'est ce qu'on établit de la façon la plus facile et naturelle, en introduisant la notion de la dérivée.

On appelle dérivée d'une fonction $y(x)$ la limite du rapport $\frac{y(x+h) - y(x)}{h}$, lorsque $h \to 0$, étant sous entendu, que cette limite ne dépend pas des valeurs que h parcourt en tendant vers zéro (avec la seule restriction que ces valeurs ne se trouvent pas sur la caractéristique):

$$y'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{y(x+h) - y(x)}{h}.$$

Si la multiplication est commutative et associative (hypothèse essentielle),[1] l'existence de la dérivée entraîne les conditions de Cauchy-

[1] Dans le systeme défini par $e_1^2 = e_2$, $e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_2^2 = e_1$, la fonction $y = e_2 x = e_1(x_1 + x_2)$ possède la dérivée e_2, et cependant les conditions de Cauchy-Riemann $\frac{\partial y_1}{\partial x_2} = 0$, $\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \frac{\partial y_2}{\partial x_2} - \frac{\partial y_2}{\partial x_1}$ ne sont pas satisfaites.

Riemann (15). Pour nous en assurer, dérivons l'identité

$$y\left(\sum_i x_i e_i\right) = \sum_i y_i e_i$$

par rapport à x_p et x_q (ceci revient à faire parcourir à h les valeurs de la forme $|h|\, e_p$ ou $|h|\, e_q$);[1] nous aurons:

$$y' \cdot e_p = \sum_i \frac{\partial y_i}{\partial x_p} e_i, \qquad y' \cdot e_q = \sum_i \frac{\partial y_i}{\partial x_q} \cdot e_i \cdot$$

En multipliant la première égalité par e_q et la seconde par e_p, on obtient les premiers membres égaux entre eux, donc les seconds (en vertu des lois admises) le seront aussi, d'où résultent les conditions de Cauchy-Riemann.

D'autre part, on vérifie facilement, que les régles ordinaires de dérivation (somme, produit, fonction d'une fonction, puissance entière, mais c'est le quotient qui nous intéresse surtout[2] subsistent.

Pour les systèmes à multiplication commutative et associative, on en déduit que la somme, le produit etc., en particulier le quotient de deux fonctions régulières, est aussi une fonction régulière.

11. Nous admettons que 1) $y(x)$ est une fonction régulière de la variable $x = \sum_i x_i e_i$ dans un domaine (D), qui jouit des propriétés nommées au § 8, 2) le chemin d'integration (C) est une courbe de Jordan fermée et rectifiable, se trouvant toute entière dans (D), 3) $a = \sum_i a_i e_i$ est un point quelconque dans (D), mais n'appartient pas à (C), 4) enfin, x étant un point qui parcourt (C), $x - a$ ne se trouve jamais sur la caractéristique, en d'autres termes, on a

$$\Delta(x - a) \neq 0$$

Ceci posé, nous allons démontrer la formule

$$\int_{(C)} \frac{y(x)\, dx}{x - a} = y(a) \int_{(C)} \frac{dx}{x - a} \tag{18}$$

[1] Il n'est pas nécessaire d'insister sur une petite modification dans le raisonnement qu'on fera dans le cas où un axe de coordonnées appartient à la caractéristique.

[2] Remarquons que parmi ces règles il n'y a que celles de la dérivation d'une puissance entière (ou plutôt la notion de la puissance elle-même) qui présuppose les lois commutative et associative de la multiplication.

Soit

$$x_i - a_i = x_i(t) \quad (\underline{t} \leqslant t \leqslant \bar{t}), \qquad x_i(\underline{t}) = x_i(\bar{t}) \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

l'équation de la courbe (C). Désignons par η la distance entre le point a et la courbe (C):

$$\eta = \min \sqrt{\sum_i (x_i - a_i)^2} = \min_{\underline{t} \leqslant t \leqslant \bar{t}} \sqrt{\sum_i x_i^2(t)} > 0;$$

par δ, le minimum de $\underline{H}(x-a)$, lorsque x parcourt (C):

$$\delta = \min \underline{H}(x-a) > 0 \qquad \text{(voir § 5,5°)}.$$

Introduisons encore les courbes de Jordan $(C(\rho))$, définies par les équations

$$x_i - a_i = \rho x_i(t) \qquad (\underline{t} \leqslant t \leqslant \bar{t}) \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

où l'on suppose

$$0 < \rho \leqslant 1$$

On a évidemment $(C_{(1)}) \equiv (C)$, et aucune des courbes $(C_{(\rho)})$ ne rencontre la caractéristique, car, si x est sur $(C_{(\rho)})$, on obtient

$$\Delta(x-a) = \Delta(\rho x(t)) = \rho^n \Delta(x(t)) \neq 0.$$

12. Remarquons enfin que, lorsque x parcourt $(C(\rho))$, le minimum de $\underline{H}(x-a)$ est encore égale à δ (voir § 5, 2°).

On a évidemment:

$$\int\limits_{(C)} \frac{y(x)\,dx}{x-a} = y(a) \int\limits_{(C)} \frac{dx}{x-a} + \int\limits_{(C)} \frac{y(x) - y(a)}{x-a}\,dx \tag{19}$$

Il suffit de faire voir que la dernière intégrale s'annule. Or, le numérateur et le dénominateur de la fraction à intégrer sont des fonctions régulières de x dans (D), donc la fraction elle-même l'est aussi, et, par conséquent, on peut, sans changer la valeur de l'intégrale, remplacer le chemin d'intégration $(C) \equiv (C_{(1)})$ par $(C_{(\rho)})$ $0 < \rho < 1$):

$$\int\limits_{(C)} \frac{y(x) - y(a)}{x-a}\,dx = \int\limits_{(C_{(\rho)})} \frac{y(x) - y(a)}{x-a}\,dx \tag{20}$$

D'après le § 6, on obtient ensuite:

$$\left| \int\limits_{(C_{(\rho)})} \frac{y(x) - y(a)}{x-a}\,dx \right| \leqslant K L_{(\rho)} N_{(\rho)}, \tag{21}$$

où $L_{(\rho)}$ est la longueur de $(C_{(\rho)}$, et $(N_{(\rho)})$ le maximum de $\left|\frac{y(x)-y(a)}{x-a}\right|$ sur $(C_{(\rho)})$.

On voit immédiatement que

$$L_\rho = L_\rho,$$

où L est la longueur de (C). D'autre part, en vertu de l'inégalité (10), on a:

$$\left|\frac{y(x)-y(a)}{x-a}\right| \leqslant \frac{|y(x)-y(a)|}{\delta|x-a|};$$

donc,

$$N_{(\rho)} \leqslant \frac{\max|y(x)-y(a)|}{\delta \min|x-a|} = \frac{\max|y(x)-y(a)|}{\delta\cdot\rho\eta}. \tag{22}$$

La fonction $y(x)$ étant nécessairement continue au point $x=a$, on peut choisir ρ suffisamment petit pour que l'on ait

$$\max|y(x)-y(a)| < \varepsilon,$$

où ε (>0) est un nombre quelconque arbitrairement petit.

En juxtaposant les relations (19)—(22), nous avons maintenant

$$\left|\int_{(C)} \frac{y(x)-y(a)}{x-a}\,dx\right| \leqslant KL\rho\cdot\frac{\varepsilon}{\delta\rho\eta} = \frac{KL}{\delta\eta}\varepsilon,$$

et, comme le second membre est arbitrairement petit, le premier s'annule. Donc, la formule (18) est démontrée.

13. La formule (18) du numéro précédent sera dit intégrale de Cauchy au sens large. Nous réservons la dénomination de l'intégrale de Cauchy au sens strict à la formule

$$y(a) = \int_{(C)} \frac{y(x)\,dx}{x-a} : \int_{(C)} \frac{dx}{x-a}, \tag{18'}$$

laquelle n'est pas équivalente à la précédente. En effet, pour que l'on puisse résoudre (18) par rapport à $y(a)$, il faut que l'on ait

$$\Delta\left(\int_{(C)} \frac{dx}{x-a}\right) \neq 0. \tag{23}$$

Or, c'est l'intégrale de Cauchy au sens strict qui est susceptible d'applications utiles, et non pas celle au sens large. C'est pourquoi nous sommes amenés à rechercher dans quels cas la condition (23) est satisfaite.

Pour qu'il en soit ainsi, il faut, tout d'abord, que la courbe (C) ne puisse être réduite à un point par une déformation continue sans qu'elle rencontre la caractéristique. Plus précisément, il faut que la courbe (C) ne puisse être enfermée dans un domaine simplement connexe et sans point commun avec la caractéristique. En effet, dans ce dernier cas, on a tout simplement

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x-a} = 0,$$

en vertu du théorème de Cauchy. Mais il peut aussi bien arriver que l'on ait

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x-a} \neq 0, \qquad \Delta\left(\int_{(C)} \frac{dx}{x-a}\right) = 0,$$

et ceci veut dire qu'il est impossible d'écrire l'intégrale de Cauchy au sens strict.

14. Il vaut bien la peine de passer en revue les systèmes complexes connus pour voir s'il en existe quelques-uns pour lesquels l'intégrale de Cauchy au sens strict est valable.

Je m'appuie sur la classification de E. Study,[1] faite pour $n \leqslant 4$. On réunit en une classe les systèmes qui sont équivalents entre eux, deux systèmes étant considérés comme équivalents si l'on peut passer de l'un à l'autre par une transformation linéaire des unités e_i à déterminant non nul et à coefficients réels. Bien entendu, je me borne à étudier les systèmes à multiplication commutative et associative.[2]

Soit, pour simplifier, $a = 0$.

Si $n = 2$, il n'y a que trois systèmes non équivalents, donc voici les tables de multiplication.

(I_a)	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	e_1

(I_b)	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	$-e_1$

(II)	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	0

On les nomme respectivement système hyperbolique, elliptique et parabolique. Le système (I_b) (elliptique) est celui des nombres com-

[1] Über Systeme von complexen Zahlen, Gött. Nachr., 1889, pp. 237—268.

[2] E. Study rejette la loi commutative, mais admet que l'unité principale ε existe, qui jouit de la propriété $\varepsilon x = x$, $x\varepsilon = x$.

[3] Je suis la numération des systèmes que l'on trouve dans le travail de Study.

plexes ordinaires. Si l'on forme les équations de la caractéristique, on trouve

$$(\mathrm{I}_a)\,\Delta = x_1^2 - x_2^2, \quad (\mathrm{I}_b)\,\Delta = x_1^2 + x_2^2, \quad (\mathrm{II})\,\Delta = x_1^2,$$

et on voit immédiatement que c'est dans le système (I_b) seulement que l'intégrale de Cauchy au sens strict peut être valable. Dans les systèmes (I_a) et (II) la caractéristique consiste de deux droites qui se croisent ou se confondent, et dans les deux cas toute courbe (C), sans point commun avec la caractéristique, peut être réduite à un point par une déformation continue. Par contre, dans le système (I_b), la caractéristique est un point, et la courbe (C), qui le contient à l'intérieur, nous fournit l'intégrale de Cauchy dans le sens strict. On a

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x} = \int_{(C)} \frac{e_1\,dx_1 + e_2\,dx_2}{e_1 x_1 + e_2 x_2} = e_1 \int_{(C)} \frac{x_1\,dx_1 + x_2\,dx_2}{x_1^2 + x_2^2} + e_2 \int_{(C)} \frac{x_1\,dx_2 - x_2\,dx_1}{x_1^2 + x_2^2} =$$

$$= e_1 \lg \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\,\Big|_{(C)} + e_2 \operatorname{arctg} \frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)} = 2\pi\, e_2.$$

Si $n = 3$, il y a cinq systèmes à considérer, à savoir (I_a), (I_b), (II), (III), et (V), donc voici les caractéristiques:

$$(\mathrm{I}_a)\ \Delta = (x_1^2 - x_2^2)\,x_3, \qquad (\mathrm{I}_b)\ \Delta = (x_1^2 + x_2^2)\,x_3,$$

$$(\mathrm{II})\ \Delta = x_1^2 x_3, \qquad (\mathrm{III})\ \Delta = x_1^3, \qquad (\mathrm{V})\ \Delta = x_1^3.$$

Le système (I_b) seul peut nous intéresser, qui possède la table

(I_b)	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	e_2	0
e_2	e_2	$-e_1$	0
e_3	0	0	e_3,

car ici la caractéristique consiste d'un plan (p) et d'une droite (d), qui ont un point en commun, tandis que dans les autres cas les caractéristiques se réduisent à trois plans distincts ou confondus. Dans le système (I_b), il existe des courbes (C) qui ne se laissent pas réduire à un point: admettons que

C) entoure (une seule fois) la droite (d) et n'ait pas de points communs avec le plan (p). Nous obtenons:

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x} = e_1 \int_{(C)} \frac{x_1\,dx_1 + x_2\,dx_2}{x_1^2 + x_2^2} + e_2 \int_{(C)} \frac{x_1\,dx_2 - x_2\,dx_1}{x_1^2 + x_2^2} + e_3 \int_{(C)} \frac{dx_3}{x_3} =$$

$$= e_1 \lg \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\Big|_{(C)} + e_2 \operatorname{arctg} \frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)} + e_3 \lg x_3\Big|_{(C)} = 2\pi\, e_2;$$

mais puisque

$$\Delta\left(\int_{(C)} \frac{dx}{x}\right) = \Delta(2\pi\, e_2) = 0,$$

l'intégrale au sens strict n'est pas valable.

Si $n = 4$, il y a treize systèmes à considérer. Leurs numéros et leurs caractéristiques sont respectivement

(I_a) $\Delta = (x_1^2 - x_2^2)(x_3^2 - x_4^2)$, ($I_b$) $\Delta = (x_1^2 + x_2^2)(x_3^2 - x_4^2)$, ($I_c$) $\Delta = (x_1^2 + x_2^2)(x_3^2 + x_4^2)$,
(II_a) $\Delta = x_1^2(x_3^2 - x_4^2)$, ($II_b$) $\Delta = x_1^2(x_3^2 + x_4^2)$,
(III_a) $\Delta = (x_1^2 - x_2^2)^2$, ($III_b$) $\Delta = (x_1^2 + x_2^2)^2$,
(IV) $\Delta = x_1^3 x_3$, (V) $\Delta = x_1^4$, (VIII) $\Delta = x_1^3 x_3$, (X) $\Delta = x_1^4$, (XI) $\Delta = x_1^4$, (XVI) $\Delta = x_1^4$.

Dans tous ces systèmes, sauf (I_b), (I_c), (II_b) et (III_b), les caractéristiques se composent de quatre plans (variétés à 3 dimensions), donc l'intégrale de Cauchy n'est pas valable. Restent les systèmes (I_b), (I_c), (II_b) et (III_b) auxquels correspondent les tables suivantes:

(I_b)	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	0	0
e_2	e_2	$-e_1$	0	0
e_3	0	0	e_3	e_4
e_4	0	0	e_4	e_3

(I_c)	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	0	0
e_2	e_2	$-e_1$	0	0
e_3	0	0	e_3	e_4
e_4	0	0	e_4	$-e_3$

(II_b)	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	0	0
e_2	e_2	0	0	0
e_3	0	0	e_3	e_4
e_4	0	0	e_4	$-e_3$

(III_b)	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	e_3	e_4
e_2	e_2	$-e_1$	e_4	$-e_3$
e_3	e_3	e_4	0	0
e_4	e_4	$-e_3$	0	0

Dans le système (I_b), la caractéristique se compose de deux plans (à 3 dimensions)

$$x_3+x_4=0\ (p_1)\ \text{et}\ x_3+x_4=0\ (p_2)$$

et d'une droite (à deux dimensions)

$$x_1=x_2=0\ (d),$$

La courbe (C), qui n'a pas de points communs avec la caractéristique, doit se trouver dans une des quatre régions formées par (p_1) et (p_2); pour qu'elle ne puisse pas être réduite à un point sans qu'elle rencontre (d), admettons qu'elle entoure (d) (une seule fois). Alors,

$$\int\limits_{(C)}\frac{dx}{x}=e_1\int\limits_{(C)}\frac{x_1\,dx_1+x_2\,dx_2}{x_1^2+x_2^2}+e_2\int\limits_{(C)}\frac{x_1\,dx_2-x_2\,dx_1}{x_1^2-x_2^2}+e_3\int\limits_{(C)}\frac{x_3\,dx_3-x_4\,dx_4}{x_3^2-x_4^2}+$$

$$+e_4\int\limits_{(C)}\frac{x_3dx_4-x_4dx_3}{x_3^2-x_4^2}=e_1\lg\sqrt{x_1^2+x_2^2}\Big|_{(C)}+e_2\operatorname{arctg}\frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)}+e_3\lg\sqrt{x_3^2-x_4^2}\Big|_{(C)}+$$

$$+e_4\lg\sqrt{\frac{x_3+x_4^2}{x_3-x_4}}\Bigg|_{(C)}=2\pi\,e_2$$

Par conséquent,

$$\Delta\Big(\int\limits_{(C)}\frac{dx}{x}\Big)=\Delta\,(2\pi\,e_2)=0,$$

et l'intégrale de Cauchy au sens strict n'existe pas.

Les choses se passent autrement pour le système (I_c), connu sous le nom des «tessarines» (Cockle, 1848). En se plaçant dans ce cas, nous voyons que la caractéristique est formée par deux droites (à 2 dimensions).

$$x_1=x_2=0\ (d_1)\ \text{et}\ x_3=x_4=0\ (d_2)$$

Si la courbe (C) ne les rencontre pas, on obtient

$$\int\limits_{(C)}\frac{dx}{x}=e_1\int\limits_{(C)}\frac{x_1\,dx_1+x_2\,dx_2}{x_1^2+x_2^2}+e_2\int\limits_{(C)}\frac{x_1\,dx_2-x_2\,dx_1}{x_1^2+x_2^2}+e_3\int\limits_{(C)}\frac{x_3\,dx_3+x_4\,dx_4}{x_3^2+x_5^2}+$$

$$+e_4\int\limits_{(C)}\frac{x_3\,dx_4-x_4\,dx_3}{x_3^2+x_4^2}=e_1\lg\sqrt{x_1^2+x_2^2}\Big|_{(C)}+e_2\operatorname{arctg}\frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)}+$$

$$+e_3\lg\sqrt{x_3^2+x_4^2}\Big|_{(C)}+e_4\operatorname{arctg}\frac{x_4}{x_3}\Big|_{(C)}.$$

L'intégrale est égale à $2\pi e_3$ ou $2\pi e_4$ dans les cas où la courbe (C) entoure (une seule fois) la droite (d_1) sans entourer (d_2) ou entoure la droite (d_2) sans entourer (d_1); et on s'assure que $\Delta(2\pi e_3) = \Delta(2\pi e_4) = 0$. Mais si (C) entoure (une fois) les deux droites (d_1) et (d_2), l'intégrale est égale à $2\pi\ (e_3 + e_4)$, et l'on a $\Delta\ (2\pi\ (e_3 + e_4)) = 4\pi^2 \neq 0$; donc, nous aurons l'intégrale de Cauchy au sens strict

$$y(0) = \int_{(C)} \frac{y(x)\,dx}{x} : 2\pi(e_3 + e_4)^1 \tag{24}$$

Dans le cas du systéme (II_b), les résultats sont semblables à ceux qui ont été obtenus pour le système (I_b). On a

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x} = e_1 \lg x_1 \Big|_{(C)} + e_2 \frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)} + e_3 \lg \sqrt{x_3^2 + x_4^2}\Big|_{(C)} + e_4 \operatorname{arctg} \frac{x_4}{x_3}\Big|_{(C)};$$

donc

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x} = 2\pi\, e_4,$$

à condition que la courbe (C), sans rencontrer le plan $x_1 = 0$ ni la droite $x_3 = x_4 = 0$, entoure cette dernière une seule fois. Or, on a $\Delta(2\pi e_4) = 0$.

Enfin, quant au système (III_b), l'intégrale de Cauchy au sens strict y est encore valable.

En effet, on obtient

$$\int_{(C)} \frac{dx}{x} = e_1 \sqrt{x_1^2 + x_2^2}\Big|_{(C)} + e_2 \operatorname{arctg} \frac{x_2}{x_1}\Big|_{(C)} + e_3 \frac{x_1 x_3 + x_2 x_4}{x_1^2 + x_2^2}\Big|_{(C)} + e_4 \frac{x_1 x_4 - x_2 x_3}{x_1^2 + x_2^2}\Big|_{(C)};$$

si la courbe (C) entoure une fois la droite caractéristique $x_1 = x_2 = 0$, cette intégrale est égale à $2\pi\, e_2$, et l'on a $\Delta\,(2\pi\ e_2) \neq 0$. Par conséquent,

$$y(x) = \int_{(C)} \frac{y(x)\,dx}{x} : 2\pi\, e_2 \tag{25}$$

En résumé, parmi les systèmes complexes d'ordre $n \leqslant 4$ il n'y a que trois (non équivalents entre eux dans le sens précisé plus

[1] Le système (I_c) (ou plutôt un système lui équivalant) a été étudié, aussi dans ce qui concerne l'intégrale de Cauchy, par Michiji Futagawa, Tohôku Math. Journal, v. 29, (1928), pp. 175—222.

haut) dans lesquels l'intégrale de Cauchy au sens strict peut être obtenue; et ce sont:

(1) le système des nombres complexes ordinaires ($n=2$),

(2) le système des tessarines de Cockle ($n=4$), (I_c) dans la classification de Study,

(3) le système (III_b) de Study.

L'étude de l'intégrale de Cauchy dans les systèmes complexes d'ordre $n>4$ ne présentera pas de nouvelles dfficultés au point de vue de la théorie des fonctions. Ce qui précède permettra toujours de reconnaître si l'intégrale de Cauchy a lieu dans un système spécial donné. C'est la classification complète des systèmes complexes d'ordre $n>4$ qui manque pour obtenir les résultats définitifs.

15. On peut se demander si la théorie qui vient d'être exposée peut être étendue aux systèmes à multiplication non-commutative.

Voici la première remarque qu'il faut faire à ce sujet. Comme nous avons vu (§ 8), dans tout système à multiplication non-commutative, la fonction $y(x)=x$ (variable indépendante) n'est pas régulière. Par cela même, tandis que, dans les systèmes à multiplication commutative, on obtient des fonctions régulières d'une manière naturelle et même, pour ainsi dire, automatique, en partant de $y(x)=x$ et en formant des sommes, des produits etc., ensuite des procès uniformément convergents, dans le cas envisagé, la notion de la fonction régulière paraît devenir à peu près artificielle. Elle peut être même dépourvue de sens. Considérons, par exemple, le système des quaternions. En posant

$$Q=Q(q), \quad q=t+ix+jy+kz, \quad Q=T+iX+jY+kZ,$$

on s'assure facilement que, d'après les équations que nous avons appelées conditions de Cauchy-Riemann, toutes les dérivées partielles du premier ordre des fonctions T, X, Y et Z par rapport à t, x, y et z s'annulent; donc Q se réduit nécessairement à une constante.

D'autre part, la multiplication étant non-commutative, il serait naturel d'introduire deux fonctions sous l'intégrale:

$$\int_{(C)} y(x)\cdot dx\cdot z(x).$$

Je n'insisterai pas ici sur des complications qui en résulteraient.

16. Une autre question, que l'on peut se poser, concerne l'extension de l'intégrale da Cauchy au cas des intégrales multiples, étendues à une sur-

face fermée de m dimensions ($2 \leqslant m < n$). Or, il est facile de voir, au moins dans les cas où $n = 3$ et $n = 4$, qu'on n'obtient pas beaucoup de résultats intéressants en s'engageant sur cette voie. En effet, en revoyant les systèmes d'ordre 3 de Study (même ceux qui possèdent la multiplication nonc-ommutative) on s'assure que les caractéristiques se réduisent toujours (sauf dans le système (I_b)) à trois plans distincts ou confondus, et dans le système (I_b), la caractéristique consiste d'un plan et d'une droite: donc, il n'existe pas d'une surface fermée qui, sans point commun avec la caractéristique, ne puisse pas être réduite à un point par une déformation continue.

Les mêmes considérations subsistent dans le cas où $n = 4$ (pour $m = 2$ ou 3). La caractéristique se compose de quatre plans, ou de deux plans et d'une droite, ou bien de deux droites; donc, une surface fermée que nous voudrions obtenir n'est pas possible. On trouve cependant, parmi les 16 systèmes de Study, deux systèmes exceptionnels: ce sont le système des quaternions (XII) et son «conjugué» (XII_b). Ici, les caractéristiques se réduisent respectivement à un point et à une surface du 2 ordre et du type hyperbolique:

$$\text{(XII)}\ \Delta = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)^2, \quad (\text{XII}_b)\ \Delta = (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_4^2)^2.$$

Bien entendu, on ne peut réussir à étendre l'intégrale de Cauchy avec $m = 2$ ou 3 dans le cas du système (XII_b), mais il ne paraît pas à priori impossible de le tenter avec $m = 3$ pour les quaternions, car on comprend bien qu'un point dans l'espace de 4 dimensions peut être enfermé dans une sphère à 3 dimensions.[1]

---

[1] Une tentative de cette sorte a été faite par M. Moisil (Bull. Sc. Math., 1931, pp. 168—178). Il vaut bien faire remarquer cependant, que dans la théorie de M. Moisil, la variable indépendante n'est pas une fonction «régulière». Le produit de deux fonctions «régulières». n'est pas non plus une fonction «régulière».

В. А. ГОНЧАРОВ. ОБ ИНТЕГРАЛЕ КОШИ В ГИПЕРКОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ

РЕЗЮМЕ

Исследование комплексных числовых систем с точки зрения классификации E. Study[1] приводит к заключению, что интеграл Коши, т.-е. формула

$$y(a) = \int_{(C)} \frac{y(x)\,dx}{x-a} : \int_{(C)} \frac{dx}{x-a}$$

имеет место только в случае трех не эквивалентных между собою систем (если число измерений n не превосходит 4), а именно:

1) в системе обыкновенных комплексных чисел,

2) в системе «тессарин Кокля»,

и, наконец,

3) в системе (III_b) по классификации Study.

Отсюда можно сделать вывод о тех затруднениях, с которыми связано построение теории функций гиперкомплексного переменного.

---

[1] Über Systeme von complexen Zahlen, Gött. Nachr., 1889, pp. 237—268.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

ВЫРАЖЕНИЕ ОБЩЕГО ИНТЕГРАЛА ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ЧЕРЕЗ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

П. Ф. ПАПКОВИЧА

(*Представлено академиком* А. Н. Крыловым)

Б. Г. Галеркин, опубликовав в 1930 г. полученное им решение основных дифференциальных уравнений теории упругости и считая свое решение общим, ни в одной из своих статей, посвященных этому вопросу,[1] не привел пока никаких других доказательств общности полученного им решения, кроме того лишь факта, что ряд известных решений теории упругости может быть получен из решения, им найденного.

Мы попытаемся здесь привести очень простой вывод основных зависимостей, найденных Б. Г. Галеркиным. Вывод этот, по нашему мнению, не оставляет никаких сомнений в том, что решение Б. Г. Галеркина есть действительно общее решение однородных уравнений теории упругости.

Попутно решение Б. Г. Галеркина будет обобщено на случай, когда объемные силы заданы как угодно.

Далее мы имеем в виду показать, что общий интеграл уравнений теории упругости может быть выражен через четыре произвольных гармонических, а не три бигармонических функции.

В заключение мы сопоставим полученные результаты с результатами, найденными проф. С. А. Савиным, напечатавшим по вопросу об общем решении уравнений теории упругости ряд статей в «Трудах и известиях Русско-Китайского политехнического института в Харбине».

[1] См.: ДАН-А, 1930, стр. 335. — C. R. Acad. Sci. Paris, 1930, t. 120, p. 1047. — ДАН-А, 1930, стр. 281. — Вестн. Мех. и Прикл. Матем. т. II, 1931, стр. 2. — Изв. Научн. Иссл. Инст. Гидротех, т. I, Л., 1931, стр. 49—56.

Все изложение мы будет вести в векториальной форме, обозначая знаком:

$\mathbf{F}$ — вектор объемной силы

(1) $$\mathbf{F} = iX + jY + kZ$$

$\mathbf{V}$ — вектор перемещения

(2) $$\mathbf{V} = iu + jv + kw$$

$\mathbf{R}$ — вектор положения точки

(3) $$\mathbf{R} = ix + jy + kz$$

$\mathbf{B}$ — общее выражение гармонического вектора

(4) $$\mathbf{B} = i\varphi_1 + j\varphi_2 + k\varphi_3$$

где φ_i три произвольных функции, удовлетворяющих уравнению Лапласа

(5) $$\nabla^2\varphi_i = 0$$

1. Основные уравнения равновесия, выведенные еще Лямэ, можно, как известно, выписать в форме следующего векториального уравнения

(6) $$\nabla^2\mathbf{V} + \frac{1}{1-2\sigma}\,\text{grad div}\,\mathbf{V} = -\frac{1}{\mu}\mathbf{F}$$

где μ модуль сдвига, а σ пуассоново отношение.

В этом уравнении множитель $\frac{1}{1-2\sigma}$ может для различных материалов принимать различные значения. Но так как ни для каких упругих материалов, существующих в природе, σ не может ни быть равно, ни быть больше, чем 0.5, то дробь $\frac{1}{1-2\sigma}$ мы всегда можем считать не равной ни -1, ни ∞.

Если при этих условиях уравнение (6) может быть решено относительно $\mathbf{V}$, как бы ни был задан вектор $\mathbf{F}$, то это значит, что всякий заданный вектор можно всегда представить как результат выполнения дифференциальной операции вида

$$\nabla^2(\quad) + C\,\text{grad div}(\quad)$$

над некоторым другим вектором.

Это позволяет нам разыскивать искомый вектор перемещения $\mathbf{V}$ в форме

$$\mathbf{V} = \nabla^2 \mathbf{W} + C \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{W}, \tag{7}$$

где $\mathbf{W}$ некоторый вспомогательный вектор, а C постоянная, не равная ни -1, ни ∞.

Подставив (7) в (6), получаем для $\mathbf{W}$ уравнение

$$\nabla^2 \nabla^2 \mathbf{W} + \frac{1}{1-2\sigma}[1 + 2(1-\sigma)C] \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{W} = -\frac{1}{\mu} F,$$

обращающееся при

$$C = -\frac{1}{2(1-\sigma)} \tag{8}$$

в

$$\nabla^2 \nabla^2 \mathbf{W} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{F}. \tag{9}$$

Так как C, определяемое равенством (8), не может обращаться ни в -1, ни в ∞, то мы можем принимать

$$\mathbf{V} = \nabla^2 \mathbf{W} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{W}, \tag{10}$$

за общее[1] выражение для $\mathbf{V}$, определяя $\mathbf{W}$ из уравнения (9).

В случае $\mathbf{F} = 0$, полученный результат отличается от найденного Б. Г. Галеркиным лишь постоянным множителем, что никакого значения иметь не может, поскольку вектор $\mathbf{W}$ еще не найден.

Так как решение, даваемое равенством (9) и уравнением (10), выведено в одном единственном предположении, что уравнения теории упругости вообще решение имеют, то найденный результат должен быть общим интегралом уравнений Лямэ.

2. Обращаемся к рассмотрению общего интеграла уравнения (9). Его можно представить так:

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2,$$

где $\mathbf{W}_0$ любое частное решение уравнения (9),

[1] Когда C обращается в минус единицу, то вектор $\mathbf{V}$, определяемый формулой (10), теряет свою потенциальную часть; при C бесконечно большом потенциальная часть $\mathbf{V}$ становится бесконечно велика. В обоих случаях выражение (10) не может быть общим выражением произвольного вектора; но оба эти случая как раз и исключаются пределами возможных у упругого тела значений пуассонова отношения σ.

$\mathbf{A}_1$ любое частное решение уравнения

$$\nabla^2 \mathbf{A}_1 = \mathbf{B}, \tag{11}$$

а $\mathbf{B}$ и $\mathbf{A}_2$ два самых общих выражения гармонического вектора, т. е. общие интегралы уравнения Лапласа:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = 0; \quad \nabla^2 \mathbf{A}_2 = 0.$$

Подставив найденное $\mathbf{W}$ в равенство (10), получаем:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2),$$

где

$$\mathbf{V}_0 = \nabla^2 \mathbf{W}_0 - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{W}_0 \tag{12}$$

есть, очевидно, частное решение уравнения (6), а всеми остальными членами правой части выражается общий интеграл соответствующей однородной системы.

3. Исследуем найденное выражение для $\mathbf{V}$.

Прежде всего отметим, что дивергенция вектора $\mathbf{A}_1$ в силу определения последнего должна быть любым частным решением уравнения

$$\nabla^2 \operatorname{div} \mathbf{A}_1 = \operatorname{div} \nabla^2 \mathbf{A}_1 = \operatorname{div} \mathbf{B}.$$

Введя обозначение

$$\psi = \operatorname{div} \mathbf{A}_1$$

и полагая, что ψ есть любое частное решение уравнения

$$\nabla^2 \psi = \operatorname{div} \mathbf{B}, \tag{13}$$

мы можем представить найденное выражение для $\mathbf{V}$ так:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2 - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \psi. \tag{14}$$

4. В последнее равенство наряду с наиболее общим выражением гармонического вектора $\mathbf{B}$ входит вектор

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2,$$

являющийся вектором гармоническим же, но потенциальным.

Положив

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2$$

и приняв во внимание, что

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2 = \operatorname{div} \nabla^2 \mathbf{A}_2 = 0,$$

мы можем найденное выше выражение для $\mathbf{V}$ переписать так

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B}_1 - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \psi,$$

а уравнение для ψ:

$$\nabla^2 \psi = \operatorname{div} \mathbf{B}_1 .$$

Поскольку, однако, $\mathbf{B}$ есть наиболее общее решение уравнения Лапласа

$$\nabla^2 \mathbf{B} = 0,$$

а $\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2$ частное решение того же уравнения, мы можем величину

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2$$

считать таким же наиболее общим решением уравнения Лапласа как и само $\mathbf{B}$.

Между $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}$ поэтому не существует никакой принципиальной разницы. Нисколько не нарушая общности решения, мы можем поэтому положить

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1$$

и переписать найденный общий интеграл так:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \psi, \tag{15}$$

где ψ любое частное решение уравнения (13), а $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{B}$ имеют значения, положенные выше.

5. Для того, чтобы найти ψ, рассмотрим скалярное произведение векторов $\mathbf{R}$ и $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{B} = x\varphi_1 + y\varphi_2 + z\varphi_3 .$$

Простым дифференцированием легко убедиться, что

$$\nabla^2 [\mathbf{R} \cdot \mathbf{B}] = 2\left[\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_3}{\partial z}\right] + x\nabla^2 \varphi_1 + y\nabla^2 \varphi_2 + z\nabla^2 \varphi_3,$$

что в силу условий (5) обращается в

$$\nabla^2[\mathbf{R}\cdot\mathbf{B}] = 2\,\mathrm{div}\,\mathbf{B}.$$

Так как величина $\frac{1}{2}\mathbf{R}\cdot\mathbf{B}$ удовлетворяет таким образом уравнению (13), а за ψ мы имеем право принять любое частное решение этого уравнения, то полагаем

$$\psi = \frac{1}{2}\mathbf{R}\cdot\mathbf{B}, \tag{16}$$

что позволяеть нам переписать общий интеграл уравнения (6) в форме равенства

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{4(1-\sigma)}\,\mathrm{grad}\,[\mathbf{R}\cdot\mathbf{B}]. \tag{17}$$

В это выражение входят явно лишь:

любое частное решение уравнения (6), каковое всегда может быть найдено с помощью формулы (12) и уравнения (9), и три составляющие φ_1, φ_2, φ_3 гармонического вектора **B**.

Общий интеграл уравнений Лямэ выражен, казалось бы, таким образом через три произвольные гармонические функции.

6. Пользуясь равенством (17), необходимо помнить, что при выводе его была использована возможность ничего не прибавлять к ψ, а следовательно и к $\mathbf{R}\cdot\mathbf{B}$, когда вектору **B**, составляющему в этом равенстве второй член правой части, дается приращение в виде любого гармонического потенциального вектора. Выражение (17) может быть поэтому рассматриваемо как общее решение однородных уравнений, соответствующих уравнению Лямэ, лишь при условии сохранения этой оговорки, равносильной допущению, что о б а **B**, в х о д я щ и е в р а в е н с т в о (17) м о г у т о т л и ч а т ь с я д р у г о т д р у г а л ю б ы м п о т е н ц и а л ь н ы м г а р м о н и ч е с к и м в е к т о р о м.

Отказавшись от этой оговорки, мы затрудняем себе введение в решение (17) любого потенциального гармонического вектора, каковой уравнениям Лямэ, однако, удовлетворяет. Сохраняя же эту оговорку, мы должны признать, что число гармонических функций, входящих в выражение (17), сведено нами к трем лишь по внешнему виду формулы, на самом же деле их входит в эту формулу не три, а четыре, а именно: три составляющие вектора **B** явно, и четвертая, потенциал произвольного гармонического потенциального вектора, неявно.

Чтобы выявить в общем решении для **V** и эту четвертую гармоническую произвольную функцию, достаточно по сказанному выше переписать (17) так:

$$(18)\qquad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{4(1-\sigma)} \operatorname{grad} [\mathbf{R} \cdot (\mathbf{B} + \operatorname{grad} \theta)]$$

где θ любая гармоническая функция.

Вводя обозначение

$$\varphi = \mathbf{R} \cdot \operatorname{grad} \theta,$$

можно равенству (18) придать вид

$$(19)\qquad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{4(1-\sigma)} \operatorname{grad} [\mathbf{R} \cdot \mathbf{B} + \varphi],$$

где φ есть скаляр, долженствующий по своему определению удовлетворять уравнению Лапласа.

Формулу (19) можно, конечно, получить и непосредственно из формулы (14), полагая

$$(20)\qquad \operatorname{div} \mathbf{A}_2 = \frac{1}{2} \varphi.$$

Если мы этого не сделали сразу, то только для того, чтобы показать, что попытка включить вектор

$$-\frac{1}{2(1-\sigma)} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_2$$

в состав вектора **V** не дает уменьшения числа произвольных гармонических функций, входящих в общий интеграл уравнений Лямэ: общий интеграл этих уравнений должен заключать таких функций четыре, а именно: три составляющие вектора **B** и скаляр φ, через который в решение входит произвольный гармонический потенциальный вектор.

7. Сличим теперь полученное нами общее решение уравнений Лямэ с решениями, найденными профессором С. А. Савиным.

В первом томе «Трудов и известий Русско-Китайского политехнического института в Харбине» проф. С. А. Савин поместил статью «Réduction du système de trois équations differentielles d'équilibre d'un corps isotrope et élastique à trois équations avec une seule fonction inconnue dans chacune», 1923 г.

В этой своей работе проф. С. А. Савин получил результат, который в векториальной форме можно выписать так:

$$\mathbf{V} = \operatorname{Curl} \mathbf{W} + \operatorname{grad.} \varphi,$$

где $\mathbf{W}$ есть вектор, составляющие которого θ_1, θ_2, θ_3 удовлетворяют уравнениям 5-го порядка:

$$\nabla\nabla^2\nabla^2\theta_1 = \frac{1}{\mu}\nabla^2\nabla^2(Z - Y) - \left(\frac{1}{\lambda+2\mu}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial z}\right)\operatorname{div}\mathbf{F}$$

$$\nabla\nabla^2\nabla^2\theta_2 = \frac{1}{\mu}\nabla^2\nabla^2(X - Z) - \left(\frac{1}{x+2\mu}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\right)\operatorname{div}\mathbf{F}$$

$$\nabla\nabla^2\nabla^2\theta_3 = \frac{1}{\mu}\nabla^2\nabla^2(Y - X) - \left(\frac{1}{\lambda+2\mu}\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial y}\right)\operatorname{div}\mathbf{F},$$

а вектор $\mathbf{F}$ имеет прежнее значение, μ и λ постоянные Лямэ, а φ скаляр определяемый условием

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3.$$

Решение это гораздо сложнее приведенного выше. Оно заключает в себе общий интеграл «ультра-гармонического» уравнения

$$\nabla\nabla^2\nabla^2(\quad) = 0,$$

а не «бигармонического»

$$\nabla^2\nabla^2(\quad) = 0$$

только потому, что С. А. Савин неудачно выбрал связь между искомым вектором $\mathbf{V}$ и вспомогательным вектором $\mathbf{W}$.

Если бы он положил.

$$\mathbf{V} = \operatorname{Curl}\operatorname{Curl}\mathbf{W} + C_1 \operatorname{grad.}\psi$$

где C_1 константа, а

$$\psi = \operatorname{div}\mathbf{W},$$

то он пришел бы к решению, приведенному выше, ибо, как известно,

$$\operatorname{Curl}\operatorname{Curl}\mathbf{W} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{W} - \nabla^2\mathbf{W}$$

8. В четвертом томе тех же «Трудов и известий» проф. С. А. Савин напечатал статью: «Обобщение функций Герца и Буссине» (два способа решения уравнений равновесия изотропного тела) (датировано IX 1930 г.).

Как видно из самого названия этой работы, целью ее было получение общего интеграла уравнений теории упругости. Автор шел к этой

цели двумя путями: путем обобщения решения Буссине в том виде, как оно приведено в книге Pigeaud «Résistance des Matériaux et Élasticité», 1928, p. 657—658 и путем обобщения решения Герца в том виде, как оно приведено на стр. 228 немецкого издания теории упругости Love'a.

Решение Буссине проф. С. А. Савин обобщил так:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - A\nabla^2\psi$$

$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - B\nabla^2\psi$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - C\nabla^2\psi,$$

где

$$\Phi = \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}\left[A\frac{\partial \psi}{\partial x} + B\frac{\partial \psi}{\partial y} + C\frac{\partial \psi}{\partial z}\right];$$

а ψ общий интеграл уравнения

$$\nabla^2\nabla^2\psi = 0.$$

Этот интеграл относится к случаю

$$\mathsf{F} = 0$$

и ничем не отличался бы от даваемого нашим выражением (10), если бы мы в последнем положили

$$\varphi_1 = A\psi,\ \ \varphi_2 = B\psi,\ \ \varphi_3 = C\psi,$$

где A, B, C постоянные произвольные, т. е., если бы мы компоненты нашего вектора B, в общем случае какие угодно гармонические функции, подчинили дополнительной зависимости

$$\varphi_1 : \varphi_2 = \text{const};\ \ \varphi_1 : \varphi_3 = \text{const}.$$

Ясно, что это обобщение решения Буссине не является достаточно общим решением уравнений Лямэ. Если же мы его обобщили бы еще, то пришли бы к решению, рассмотренному выше (см. ф. 10).

9. Обобщенное решение Герца проф. С. А. Савин приводит в следующем виде

$$u = \frac{\partial}{\partial x}(H - A\vartheta)$$

$$v = \frac{\partial}{\partial y}(H - B\vartheta)$$

$$w = \frac{\partial}{\partial z}(H - C\vartheta)$$

где ϑ общий интеграл уравнения Пуассона:

$$\nabla^2 \vartheta = \text{const}.$$

$$H = \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)}\left[Ax\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + By\frac{\partial\vartheta}{\partial y} + Cz\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right] + D\vartheta,$$

а A, B, C и D постоянные интегрирования.

Если бы мы ограничились рассмотрением лишь того частного случая, когда $\mathbf{F} = \text{const}$, и кроме того положили бы в нашем решении (16)

$$\varphi_1 = A\frac{\partial\vartheta}{\partial x}; \quad \varphi_2 = B\frac{\partial\vartheta}{\partial y}; \quad \varphi_3 = C\frac{\partial\vartheta}{\partial z},$$

$$\text{div } \mathbf{A}_2 = D_1\vartheta,$$

то мы без труда могли бы получить из него обобщенное решение Герца в том виде, как оно дано С. А. Савиным. Ясно, что решение Герца обобщено проф. С. А. Савиным также не достаточно.

Если же мы пойдем в этом направлении до конца, мы опять таки получим то же решение (19), к которому мы выше пришли, идя совершенно другим путем.

10. Резюмируем все сказанное выше:

1) Общий интеграл уравнений Лямэ, в случае если вектор $\mathbf{F}$ объемных сил задан как угодно, может быть представлен в форме равенства

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{B} - \frac{1}{4(1-\sigma)}\text{grad}[\mathbf{B}\cdot\mathbf{R} + \varphi],$$

где

$$\mathbf{B} = i\varphi_1 + j\varphi_2 + k\varphi_3$$

наиболее общее выражение гармонического вектора;

$$\mathbf{R} = ix + jy + kz,$$

φ любой гармонический скаляр,

а $\mathbf{V}_0$ любое частное решение уравнения (6), каковое можно всегда найти с помощью равенства:

$$\mathbf{V}_0 = \nabla^2\mathbf{W}_0 - \frac{1}{2(1-\sigma)}\text{grad div } \mathbf{W}_0,$$

приняв за $\mathbf{W}_0$ любое частное решение уравнения

$$\nabla^2\nabla^2\mathbf{W}_0 = -\frac{1}{\mu}\mathbf{F}$$

2) Общий интеграл уравнений Лямэ может быть таким образом выражен через произвольные гармонические: вектор **B** и скаляр φ.

3) Задача о нахождении общего интеграла уравнений Лямэ привелась впервой работе проф. С. А. Савина к интегрированию «ультра-гармонического» уравнения

$$\nabla\nabla^2\nabla^2(\quad)=0$$

лишь благодаря не совсем удачно выбранной связи между искомым вектором **V** и вспомогательным **W**.

4) Обобщенные решения Буссине и Герца в том виде, как их дает проф. С. А. Савин в своей работе 1930 года, не являются общим интегралом уравнений Лямэ и содержатся в общем решении, приведенном выше, как частные случаи.

11. Заканчивая на этом настоящую заметку, автор считает своим долгом отметить, что

1) формула (16) п. 5-го получена им как результат обобщения формулы (10) цитированной выше второй работы проф. С. А. Савина;

2) в процессе написания настоящей работы (когда была написана лишь первая половина ее, включая п. 4), автор имел случай показывать ее профессорам Б. Г. Галеркину, Н. И. Мусхелишвили, Ю. А. Круткову и В. А. Фоку, которые просмотрели ее очень любезно и дали ценные указания. В частности, беседа с Н. И. Мусхелишвили позволила устранить некоторую неточность в первоначальном определении вектора $\mathbf{A}_1$, а В. А. Фок указал на возможность значительно упростить рассуждения, первоначально составлявшие п. 4. Указания эти и получили свое отражение в окончательном тексте пп. 2 и 4.

15 VII 1932 г.

Примечание автора. Когда настоящая заметка прошла уже первую корректуру, автору ее стало известно, что проф. Г. Д Гродский вывел для случая отсутствия объемных сил зависимость, аналогичную формуле (17), еще в 1928 г., однако, с помощью несколько иных рассуждений, чем изложенные выше. Сделано это было им в работе «Интегрирование общих уравнений теории упругости с помощью потенциалов и гармонических функций», до настоящего времени еще не опубликованной. Что касается до решения (10), то, в случае отсутствия объемных сил, оно легко выводится из решения А. Коши'а (см. Трэффи. Мат. теор. упруг., ГТТИ, 1932, стр. 122), последнее же в свою очередь получается из решения (10).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

РЯДЫ ФУРЬЕ ПОВЫШЕННОЙ СХОДИМОСТИ ДЛЯ ФУНКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ В ДАННОМ ПРОМЕЖУТКЕ[1]

А. С. МАЛИЕВА

(*Представлено академиком* **А. Н. Крыловым**)

§ **1. Введение.** При доведении различных решений из области теории упругости до получения численных результатов, пригодных к непосредственному использованию в инженерной практике, исключительно важное значение приобретает сходимость применяемых в этих решениях тригонометрических рядов. Можно без преувеличения сказать, что упомянутая сходимость является основным критерием для практической оценки тех или иных решений. Отсюда понятно стремление к получению более быстро сходящихся рядов и повышению через это практического значения теоретических работ, построенных на использовании рядов.

Известен ставший уже классическим метод улучшения сходимости рядов, предложенный акад. А. Н. Крыловым и основанный на выделении медленно сходящейся части ряда, суммирующейся в конечном виде. Наличие этого универсального метода не лишает, однако, практического интереса попытки решения некоторых частных проблем. Так, для функций, определенных в данном промежутке, представляется возможным получение рядов повышенной сходимости без выделения части, суммирующейся в конечном виде. Эти ряды, будучи введены в решение с самого начала (в стадии применения контурных условий) в членах, зависящих от нагрузки, обусловят соответствующий характер сходимости бигармонических рядов, коэффициенты которых определяются.

[1] Работа выполнена в Ленинградском институте сооружений.

Интенсивность нагрузки (равномерно распределенная нагрузка, гидростатическое давление) обычно представляет непериодическую функцию и при разложении в ряд Фурье получает надлежащее продолжение. И в случае периодического распределения нагрузки мы можем брать участок этой функции и придавать ему при разложении в ряд то или иное продолжение. Операция продолжения допускает разнообразные формы такового, хотя это обстоятельство никогда не используется в полной мере, и продолжение осуществляют одним определенным образом, копируя данный участок. В настоящей статье излагается метод получения рядов Фурье повышенной сходимости для функций, определенных в данном промежутке, основанный на особой форме продолжения.

§ 2. **Сущность метода.** Пусть функция $f(x)$ определена в промежутке (a, b). Берем новую функцию $F(x)$, определенную условиями

$$F(x)=\begin{cases}\psi(x), & \text{если } x_1 \leqslant x \leqslant a \\ f(x) & \text{»} \quad a \leqslant x \leqslant b \\ \varphi(x) & \text{»} \quad b \leqslant x \leqslant x_2\end{cases} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

где $\psi(x)$ и $\varphi(x)$ произвольные функции. Промежуток (x_1, x_2) полагаем периодом функции $F(x)$. Подчиняем $F(x)$ условию

$$\int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Вводя в состав $\psi(x)$ и $\varphi(x)$ неопределенные коэффициенты, будем использовать их для обращения в нуль отдельных, медленно сходящихся слагаемых в коэффициентах ряда Фурье. Так, если $f(x)$ и ее производные до $(j-1)$-ой включительно не имеют в промежутке (a, b) точек разрыва, то, повидимому, нет принципиальных препятствий к получению ряда, имеющего сходимость порядка не ниже $\frac{1}{k^j}$.

Решение может иметь также иное выполнение. Пусть функция $f(x)$ представлена в виде ряда Фурье, у которого постоянный член равен нулю. Выделяем в промежутке (x_1^0, x_2^0), равном периоду, точки

$$x_1, x_2, \ldots, x_r, \ldots, x_t$$

в которых или $f(x)$, или какая-либо из ее производных до $(j-1)$-ой включительно имеет разрыв. Для интересующего нас промежутка (x_{r-1}, x_r)

будем получать ряд $F(x)$ повышенной сходимости, прибавляя к ряду $f(x)$ ряд для следующей функции $\Phi(x)$

$$\Phi(x)=\begin{cases}\varphi_1\ (x), \text{ если } x_1^0\leqslant x\leqslant x_1\\ \varphi_2\ (x)\quad \text{»}\quad x_1\leqslant x\leqslant x_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \varphi_{r-1}(x), \text{ если } x_{r-2}\leqslant x\leqslant x_{r-1}\\ 0\quad \text{»}\quad x_{r-1}\leqslant x\leqslant x_r\\ \varphi_{r+1}(x)\quad \text{»}\quad x_r\leqslant x\leqslant x_{r+1}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \varphi_t\ (x), \text{ если } x_{t-1}\leqslant x\leqslant x_t\\ \varphi_{t+1}(x)\quad \text{»}\quad x_t\leqslant x\leqslant x_2^0\end{cases} \quad \ldots\ldots (3)$$

подчиненной условию

$$\int_{x_1^0}^{x_2^0}\Phi(x)\,dx=0 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Функции

$$\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots,\ \varphi_{r-1}(x),\ \varphi_{r+1}(x),\ \ldots,\ \varphi_t(x),\ \varphi_{t+1}(x)$$

произвольные с неопределенными коэффициентами и ограничены только условием (4).

Практический интерес представляют неполные тригонометрические ряды периода $2l$ для функций, непрерывных со всеми их производными в промежутке $\left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right)$. В этом случае условия (1), (2), (3) и (4) принимают следующий вид для четных $f(x)$

$$F(x)=\begin{cases}f(x), \text{ если } 0\leqslant x\leqslant \frac{l}{2}\\ \varphi(x)\quad \text{«}\quad \frac{l}{2}\leqslant x\leqslant l\end{cases} \quad \ldots\ldots (1')$$

$$\int_0^{\frac{l}{2}} f(x)\,dx+\int_{\frac{l}{2}}^{l}\varphi(x)\,dx=0 \quad \ldots\ldots\ldots (2')$$

$$\Phi(x)=\begin{cases}0, & \text{если } 0\leqslant x\leqslant \frac{l}{2}\\ \varphi(x) & \text{»} \quad \frac{l}{2}\leqslant x\leqslant l\end{cases} \qquad \ldots\ldots \quad (3')$$

$$\int_{\frac{l}{2}}^{l}\varphi(x)\,dx=0 \ldots\ldots\ldots \quad (4')$$

Для нечетных $f(x)$ сохраняются условия $(1')$ и $(3')$, условия же (2) и (4) удовлетворяются при этом сами собою.

§ 3. **Случай целых алгебраических функций.** Когда $f(x)$ является целой алгебраической функцией, то улучшающую функцию $\varphi(x)$ берем также в виде целого алгебраического многочлена

$$\varphi(x)=A_0+A_1\frac{x}{l}+A_2\left(\frac{x}{l}\right)^2+\cdots+A_i\left(\frac{x}{l}\right)^i+\cdots+A_m\left(\frac{x}{l}\right)^m \quad (5)$$

Выведем формулы (в отдельности для случаев четного и нечетного разложения), облегчающие пользование функцией $\varphi(x)$.

При четном разложении имеем

$$\int_{\frac{l}{2}}^{l}\varphi(x)\,dx=l\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)A_0+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{4}\right)A_1+\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{8}\right)A_2+\cdots+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{i+1}\left(1-\frac{1}{2^{i+1}}\right)A_i+\cdots+\frac{1}{m+1}\left(1-\frac{1}{2^{m+1}}\right)A_m\right]. \quad (6)$$

Находим интеграл

$$I_{ki}=\int_{\frac{l}{2}}^{l}\left(\frac{x}{l}\right)^i\cos\frac{k\pi x}{l}\,dx=\frac{l}{(k\pi)^{i+1}}\int_{\frac{k\pi}{2}}^{k\pi}v^i\cos v\,dv=$$

$$=\frac{l}{(k\pi)^{i+1}}\left[\{v^i-i(i-1)v^{i-2}+i(i-1)(i-2)(i-3)v^{i-4}-\cdots\}\sin v+\right.$$
$$\left.+\{iv^{i-1}-i(i-1)(i-2)v^{i-3}+i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)v^{i-5}-\cdots\}\cos v\right|_{\frac{k\pi}{2}}^{k\pi},$$

где

$$v=\frac{k\pi x}{l}.$$

В фигурных скобках следует брать члены, содержащие v в положительных и нулевой степенях.

При подстановке пределов будем различать четыре отдельных случая, соответственно четырем рядам значений k, сравнимых по модулю 4.

Случай I $k \equiv 1 \pmod 4$

$$I_{ki} = -l\left[\frac{1}{2^i k\pi} - \frac{i(i-1)}{2^{i-2}(k\pi)^3} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{2^{i-4}(k\pi)^5} - \ldots\right] -$$
$$-l\left[\frac{i}{(k\pi)^2} - \frac{i(i-1)(i-2)}{(k\pi)^4} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{(k\pi)^6} - \ldots\right]$$

Случай II $k \equiv 3 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[\frac{1}{2^i k\pi} - \frac{i(i-1)}{2^{i-2}(k\pi)^3} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{2^{i-4}(k\pi)^5} - \ldots\right] -$$
$$-l\left[\frac{i}{(k\pi)^2} - \frac{i(i-1)(i-2)}{(k\pi)^4} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{(k\pi)^6} - \ldots\right]$$

Случай III $k \equiv 2 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[\left(1 + \frac{1}{2^{i-1}}\right)\frac{i}{(k\pi)^2} - \left(1 + \frac{1}{2^{i-3}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)}{(k\pi)^4} + \right.$$
$$\left. + \left(1 + \frac{1}{2^{i-5}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{(k\pi)^6} - \ldots\right]$$

Случай IV $k \equiv 0 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[\left(1 - \frac{1}{2^{i-1}}\right)\frac{i}{(k\pi)^2} - \left(1 - \frac{1}{2^{i-3}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)}{(k\pi)^4} + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{1}{2^{i-5}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{(k\pi)^6} - \ldots\right]$$

Во всех четырех формулах следует брать члены, содержащие в знаменателе множитель $k\pi$ в степени не выше $i+1$.

Соответственно перечисленным случаям находим выражения для интеграла

$$I_k = \int_{\frac{l}{2}}^{l} \varphi(x)\cos\frac{k\pi x}{l}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Случай I $k \equiv (\mathrm{mod}\ 4)$

$$I_k = l\Big\{-\Big[A_0 + \frac{1}{2}A_1 + \frac{1}{4}A_2 + \frac{1}{8}A_3 + \frac{1}{16}A_4 + \cdots + \frac{1}{2^i}A_i + \cdots + \frac{1}{2^m}A_m\Big]\frac{1}{k\pi} +$$
$$+\Big[2A_2 + 3A_3 + 3A_4 + \cdots + \frac{i(i-1)}{2^{i-2}}A_i + \cdots + \frac{m(m-1)}{2^{m-2}}A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^3} -$$
$$-\Big[24A_4 + \cdots + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{2^{i-4}}A_i + \cdots + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2^{m-4}}A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^5} + \cdots$$
$$-[A_1 + 2A_2 + 3A_3 + 4A_4 + \cdots + iA_i + \cdots + mA_m]\frac{1}{(k\pi)^2} +$$
$$+[6A_3 + 24A_4 + \cdots i(i-1)(i-2)A_i + \cdots + m(m-1)(m-2)A_m]\frac{1}{(k\pi)^4} - \cdots\Big\}$$

Случай II $k \equiv 3\ (\mathrm{mod}\ 4)$

Выражение для I_k получается из соответствующей формулы для случая I путем перемены знаков при слагаемых с нечетными степенями $k\pi$.

Случай III $k \equiv 2\ (\mathrm{mod}\ 4)$

$$I_k = l\Big\{\Big[(1+1)A_1 + 2\left(1+\frac{1}{2}\right)A_2 + 3\left(1+\frac{1}{4}\right)A_3 + 4\left(1+\frac{1}{8}\right)A_4 +$$
$$+ \cdots + i\left(1+\frac{1}{2^{i-1}}\right)A_i + \cdots + m\left(1+\frac{1}{2^{m-1}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^2} -$$
$$-\Big[6(1+1)A_3 + 24\left(1+\frac{1}{2}\right)A_4 + \cdots + i(i-1)(i-2)\left(1+\frac{1}{2^{i-3}}\right)A_i +$$
$$+ \cdots + m(m-1)(m-2)\left(1+\frac{1}{2^{m-3}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^4} + \cdots\Big\}$$

Случай IV $k \equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 4)$

$$I_k = l\Big\{\Big[2\left(1-\frac{1}{2}\right)A_2 + 3\left(1-\frac{1}{4}\right)A_3 + 4\left(1-\frac{1}{8}\right)A_4 +$$
$$+ \cdots + i\left(1-\frac{1}{2^{i-1}}\right)A_i + \cdots + m\left(1-\frac{1}{2^{m-1}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^2} -$$
$$-\Big[24\left(1-\frac{1}{2}\right)A_4 + \cdots + i(i-1)(i-2)\left(1-\frac{1}{2^{i-3}}\right)A_i +$$
$$+ \cdots + m(m-1)(m-2)\left(1-\frac{1}{2^{m-3}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^4} + \cdots\Big\}$$

Для нечетных разложений находим сначала интеграл

$$I_{ki} = \int\limits_{\frac{l}{2}}^{l}\left(\frac{x}{l}\right)^i \sin\frac{k\pi x}{l}\,dx = \frac{l}{(k\pi)^{i+1}}\int\limits_{\frac{k\pi}{2}}^{k\pi} v^i \sin v\,dv =$$
$$= \frac{l}{(k\pi)^{i+1}}\Big|-\{v^i - i(i-1)v^{i-2} + i(i-1)(i-2)(i-3)v^{i-4} - \cdots\}\cos v +$$
$$+\{iv^{i-1} - i(i-1)(i-2)v^{i-3} + i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)v^{i-5} - \cdots\}\sin v\,\Big|_{\frac{k\pi}{2}}^{k\pi}$$

Случай I $k \equiv 1 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[\frac{1}{k\pi} - \frac{i(i-1)}{(k\pi)^3} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{(k\pi)^5} - \dots\right] -$$
$$- l\left[\frac{i}{2^{i-1}(k\pi)^2} - \frac{i(i-1)(i-2)}{2^{i-3}(k\pi)^4} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{2^{i-5}(k\pi)^6} - \dots\right]$$

Случай II $k \equiv 3 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[\frac{1}{k\pi} - \frac{i(i-1)}{(k\pi)^3} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{(k\pi)^5} + \dots\right] +$$
$$+ l\left[\frac{i}{2^{i-1}(k\pi)^2} - \frac{i(i-1)(i-2)}{2^{i-3}(k\pi)^4} + \frac{i(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{2^{i-4}(k\pi)^5} - \dots\right]$$

Случай III $k \equiv 2 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[-\left(1 + \frac{1}{2^i}\right)\frac{1}{k\pi} + \left(1 + \frac{1}{2^{i-2}}\right)\frac{i(i-1)}{(k\pi)^3} -\right.$$
$$\left. - \left(1 - \frac{1}{2^{i-4}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{(k\pi)^5} + \dots\right]$$

Случай IV $k \equiv 0 \pmod 4$

$$I_{ki} = l\left[-\left(1 - \frac{1}{2^i}\right)\frac{1}{k\pi} + \left(1 - \frac{1}{2^{i-2}}\right)\frac{i(i-1)}{(k\pi)^3} -\right.$$
$$\left. - \left(1 - \frac{1}{2^{i-4}}\right)\frac{i(i-1)(i-2)(i-3)}{(k\pi)^5} + \dots\right]$$

Затем находим выражения для интеграла

$$I_k = \int\limits_{\frac{l}{2}}^{l} \varphi(x) \sin\frac{k\pi x}{l}\, dx \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

Случай I $k \equiv 1 \pmod 4$

$$I_k = l\left\{[A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots + A_i + \dots + A_m]\frac{1}{k\pi} -\right.$$
$$- [2A_2 + 6A_3 + 12A_4 + \dots + i(i-1)A_i + \dots + m(m-1)A_m]\frac{1}{(k\pi)^3} +$$
$$+ [24A_4 + \dots + i(i-1)(i-2)(i-3)A_i +$$
$$+ \dots + m(m-1)(m-2)(m-3)A_m]\frac{1}{(k\pi)^5} - \dots -$$
$$- \left[\frac{1}{1}A_1 + \frac{2}{2}A_2 + \frac{3}{4}A_3 + \frac{4}{8}A_4 + \dots + \frac{i}{2^{i-1}}A_i + \dots + \frac{m}{2^{m-1}}A_m\right]\frac{1}{(k\pi)^2} +$$
$$+ \left[\frac{6}{1}A_3 + \frac{24}{2}A_4 + \dots + \frac{i(i-1)(i-2)}{2^{i-3}}A_i +\right.$$
$$\left.\left. + \dots + \frac{m(m-1)(m-2)}{2^{m-3}}A_m\right]\frac{1}{(k\pi)^4} - \dots\right\}$$

Случай II $k \equiv 3 \pmod 4$.

Выражение для I_k получается из соответствующей формулы для случая I путем перемены знаков при слагаемых с четными степенями $k\pi$.

Случай III $k \equiv 2 \pmod 4$

$$I_k = l\Big\{-\Big[(1+1)A_0 + \left(1+\frac{1}{2}\right)A_1 + \left(1+\frac{1}{4}\right)A_2 + \left(1+\frac{1}{8}\right)A_3 + \\ + \left(1+\frac{1}{16}\right)A_4 + \cdots + \left(1+\frac{1}{2^i}\right)A_i + \cdots + \left(1+\frac{1}{2^m}\right)A_m\Big]\frac{1}{k\pi} + \\ + \Big[2(1+1)A_2 + 6\left(1+\frac{1}{2}\right)A_3 + 12\left(1+\frac{1}{4}\right)A_4 + \cdots + \\ + i(i-1)\left(1+\frac{1}{2^{i-2}}\right)A_i + \cdots + m(m-1)\left(1+\frac{1}{2^{m-2}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^3} - \\ - \Big[24(1+1)A_4 + \cdots + i(i-1)(i-2)(i-3)\left(1+\frac{1}{2^{i-4}}\right)A_i + \\ + \cdots + m(m-1)(m-2)(m-3)\left(1+\frac{1}{2^{m-4}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^5} + \cdots\Big\}$$

Случай IV $k \equiv 0 \pmod 4$

$$I_k = l\Big\{-\Big[\left(1-\frac{1}{2}\right)A_1 + \left(1-\frac{1}{4}\right)A_2 + \left(1-\frac{1}{8}\right)A_3 + \left(1-\frac{1}{16}\right)A_4 + \\ + \cdots + \left(1-\frac{1}{2^i}\right)A_i + \cdots + \left(1-\frac{1}{2^m}\right)A_m\Big]\frac{1}{k\pi} + \\ + \Big[6\left(1-\frac{1}{2}\right)A_3 + 12\left(1-\frac{1}{4}\right)A_4 + \cdots + i(i-1)\left(1-\frac{1}{2^{i-2}}\right)A_i + \\ + \cdots + m(m-1)\left(1-\frac{1}{2^{m-2}}\right)A_m\Big]\frac{1}{(k\pi)^3} - \cdots\Big\}$$

§ 4. **Пример 1-й.** Пусть функция $f(x)$ имеет в промежутке $\left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right)$, постоянное значение, равное 1. Решение выполняем по первому способу. Улучшающую функцию $\varphi(x)$ (см. формулу 1′) берем в виде многочлена (5) четвертой степени.

Условие (2′) даёт (по сокращении на l)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}A_0 + \frac{3}{8}A_1 + \frac{7}{24}A_2 + \frac{15}{64}A_3 + \frac{31}{160}A_4 = 0 \quad . \; . \; . \quad (9)$$

Выражение для коэффицентов a_k ряда Фурье

$$a_k = \frac{2}{l}\int_0^{\frac{l}{2}} \cos\frac{k\pi x}{l}\,dx + \frac{2}{l}\int_{\frac{l}{2}}^{l} \varphi(x)\cos\frac{k\pi x}{l}\,dx$$

представляем в следующем виде

$$a_k = \frac{2}{l}\int_{\frac{l}{2}}^{l} [\varphi(x) - 1] \cos\frac{k\pi x}{l}\,dx \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

так как

$$\int_0^l \cos\frac{k\pi x}{l}\,dx = 0$$

Обращаясь к выражениям интеграла (7) при различных значениях k, замечаем, что слагаемые с нечетными степенями $k\pi$ встречаются только в случаях I и II и притом с одними и теми же коэффициентами в обоих случаях. Поэтому для обращения в нуль коэффициентов при какой-либо нечетной степени $k\pi$ в выражениях (10) при различных значениях k достаточно составить одно уравнение. Что же касается слагаемых с четными степенями $k\pi$, то они имеются во всех случаях, причем в случаях I и II коэффициенты при них одни и те же и равны полусумме соответствующих коэффициентов по случаям III и IV. Таким образом, для обращения в нуль коэффициентов при какой-либо четной степени $k\pi$ в выражениях (10) при различных значениях k требуется составить два независимых уравнения. В данном случае при наличии пяти неопределенных коэффициентов A_0, A_1, A_2, A_3 и A_4 мы составляем, кроме уравнения (9), еще четыре уравнения, приравнивая нулю коэффициенты в выражениях (10) при членах, содержащих в знаменателе множитель $k\pi$ в первой (одно уравнение), второй (два уравнения) и третьей (одно уравнение) степенях. Имеем

$$\left.\begin{aligned} (A_0 - 1) + \frac{1}{2}A_1 + \frac{1}{4}A_2 + \frac{1}{8}A_3 + \frac{1}{16}A_4 = 0 \\ (1+1)A_1 + 2\left(1+\frac{1}{2}\right)A_2 + 3\left(1+\frac{1}{4}\right)A_3 + 4\left(1+\frac{1}{8}\right)A_4 = 0 \\ 2\left(1-\frac{1}{2}\right)A_2 + 3\left(1-\frac{1}{4}\right)A_3 + 4\left(1-\frac{1}{8}\right)A_4 = 0 \\ 2A_2 + 3A_3 + 3A_4 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Решая систему уравнений (9) и (11), получаем

$$\begin{aligned} A_0 &= 36 \\ A_1 &= -240 \\ A_2 &= 600 \\ A_3 &= -640 \\ A_4 &= 240 \end{aligned}$$

Пользуясь значениями A_3 и A_4 находим коэффициенты a_k ряда Фурье по формуле (10).

Случай I $k \equiv 1 \pmod 4$

$$a_k = 2\left\{-24A_4 \cdot \frac{1}{(k\pi)^5} + [6A_3 + 24A_4]\frac{1}{(k\pi)^4}\right\} = \frac{3840(k\pi - 3)}{(k\pi)^5}$$

Случай II $k \equiv 3 \pmod 4$

$$a_k = 2\left\{24A_4 \frac{1}{(k\pi)^5} + [6A_3 + 24A_4]\frac{1}{(k\pi)^4}\right\} = \frac{3840(k\pi + 3)}{(k\pi)^5}$$

Случай III $k \equiv 2 \pmod 4$

$$a_k = 2\left\{-\left[6(1+1)A_3 + 24\left(1+\frac{1}{2}\right)A_4\right]\frac{1}{(k\pi)^4}\right\} = -\frac{1920}{(k\pi)^4}$$

Случай IV $k \equiv 0 \pmod 4$

$$a_k = 2\left\{-24\left(1-\frac{1}{2}\right)A_4 \cdot \frac{1}{(k\pi)^4}\right\} = -\frac{5760}{(k\pi)^4}$$

Умножая каждое из этих выражений на соответствующий из четырех нижеприведенных множителей, имеющий для данного случая значение 1 и дающий значение 0 в остальных случаях,

$$\frac{1}{4}\left[1 + (-1)^{k+1} - (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} - (-1)^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}\right]$$

$$\frac{1}{4}\left[1 + (-1)^{k+1} + (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} + (-1)^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}\right]$$

$$\frac{1}{4}\left[1 - (-1)^{k+1} - (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} + (-1)^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}\right]$$

$$\frac{1}{4}\left[1 - (-1)^{k+1} + (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} - (-1)^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}\right]$$

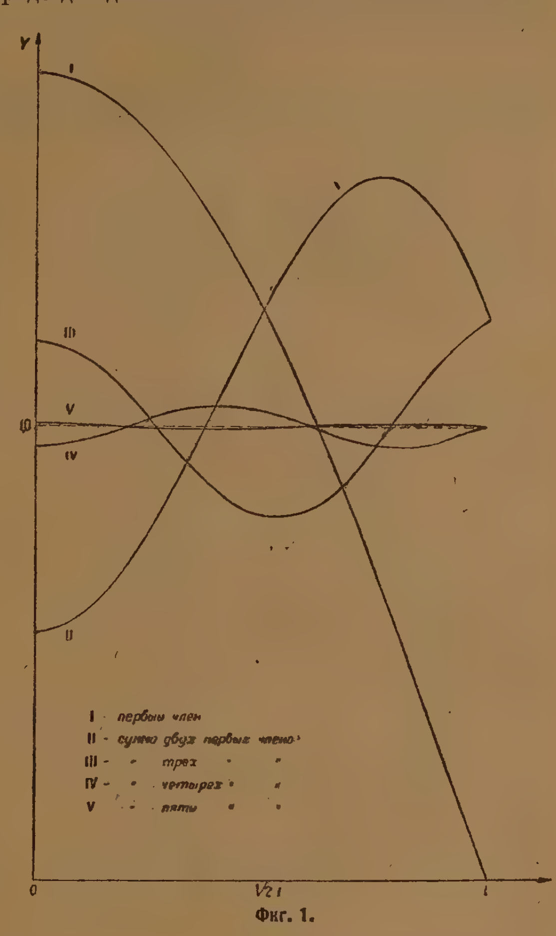
и суммируя их, получаем общее выражение a_k для всех случаев значений k

$$a_k = \frac{960(-1)^{\frac{k(k+1)}{2}}}{(k\pi)^5}\left\{\left[4(-1)^{\frac{(k+1)(3k+2)}{2}} + (-1)^{k+1} - 1\right]k\pi + 6\left[(-1)^{k+1} + 1\right]\right\}$$

При желании отделить нечетные и четные гармоники одни от других, вводим вместо k соответственно $2n-1$ и $2n$ и представляем ряд (1') в следующем виде

$$F(x) = \frac{3840}{\pi^5}\sum \frac{(2n-1)\pi - 3(-1)^{n+1}}{(2n-1)^5}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{l} - \\ - \frac{1920}{\pi^4}\sum \frac{2-(-1)^{n+1}}{(2n)^4}\cos\frac{2n\pi x}{l} \tag{12}$$

Сумма первых пяти членов этого ряда дает в промежутке $\left(-\frac{l}{2}, \quad \frac{l}{2}\right)$ отклонения от постоянного значения 1, меньшие 0.76% (см. фиг. 1 на этой стр.). При обычном ряде для достижения такой же точности в точке $x=0$ (середина промежутка!) требуется более 40 членов ряда (нечетных гармоник).



Фиг. 1.

Если воспользоваться функцией $\varphi(x)$ десятой степени, то в результате решения соответствующей системы уравнений получаем следующие значения неопределенных коэффициентов

$$A_0 = 1781.625$$
$$A_1 = -29535$$
$$A_2 = 218047.5$$
$$A_3 = -942480$$
$$A_4 = 2638020$$
$$A_5 = -4989600$$
$$A_6 = 6449520$$
$$A_7 = -5617920$$
$$A_8 = 3152160$$
$$A_9 = -1027840$$
$$A_{10} = 147840$$

Ряд (1') принимает следующий вид[1]

$$F(x) = \frac{1703\,116\,800}{\pi^{11}} \sum \frac{1}{(2n-1)^{11}} \{2(2n-1)\pi[(2n-1)^2\pi^2 - 96] - \\ - (-1)^{n+1} \cdot 9[(2n-1)^2\pi^2 - 70]\} \cos\frac{(2n-1)\pi x}{l} - \\ - \frac{1703\,116\,800}{\pi^{10}} \sum \frac{1}{(2n)^{10}} \{[8 - (-1)^{n+1}] n^2\pi^2 - \\ - [192 - (-1)^{n+1} \cdot 123]\} \cos\frac{2n\pi x}{l} \tag{13}$$

[1] Между прочим, если приравнять нулю многочлен $2\pi^3 - 9\pi^2 - 192\pi + 630$, входящий в числитель первого коэффициента ряда, то получим уравнение для приближенного опреде-

Коэффициенты этого ряда, начиная с 41-го по абсолютной величине меньше $0.5 \cdot 10^{-7}$. У обычного ряда этого имеем, начиная с 12732396-го коэффициента.

Ниже, в таблице, приведено сравнение первых сорока коэффициентов рядов (12) и (13) и двадцати коэффициентов обычного ряда.

ТАБЛИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ

	Обычный ряд	Ряд (12)	Ряд (13)		Обычный ряд	Ряд (12)	Ряд (13)
1	1.2732395	1.7767347	1.8771168	2	0	—1.2319179	—1.5492291
3	—0.4244132	0 6415998	1.1182427	4	0	—0.2309846	—0.6990575
5	0.2546479	0.0510279	0.3728581	6	0	—0.0152089	—0.1662607
7	—0.1818914	0.0186585	0.0608085	8	0	—0.0144365	—0.0187365
9	0.1414711	0.0053709	0.0061269	10	0	—0.0019711	—0.0030156
11	—0.1157490	0.0029263	0.0017454	12	0	—0.0028517	—0.0008467
13	0.0979415	0.0012789	0.0003683	14	0	—0.0005131	—0.0002085
15	—0.0848826	0.0008283	0.0001470	16	0	—0.0009023	—0.0000888
17	0.0748964	0.0004455	0.0000455	18	0	—0.0001878	—0.0000282
19	—0.0670126	0.0003177	0.0000221	20	0	—0.0003696	—0.0000152
21	0.0606305	0.0001935	0.0000083	22	0	—0.0000841	—0.0000057
23	—0.0553582	0.0001467	0.0000049	24	0	—0.0001782	—0.0000036
25	0.0509296	0.0000971	0.0000022	26	0	—0.0000431	—0.0000015
27	—0.0471570	0.0000768	0.0000013	28	0	—0.0000962	—0.0000010
29	0.0439048	0.0000539	0.0000007	30	0	—0.0000243	—0.0000005
31	—0.0410722	0.0000440	0.0000004	32	0	—0.0000564	—0 0000004
33	0.0385830	0.0000323	0.0000002	34	0	—0.0000147	—0.0000002
35	—0.0363783	0.0000270	0.0000002	36	0	—0.0000352	—0.0000001
37	0.0344119	0.0000205	0,0000001	38	0	—0.0000095	—0.0000001
39	—0.0326472	0.0000175	0.0000001	40	0	—0.0000231	—0 0000001

Разность рядов (12) и (13) дает ряд для функции, имеющей в промежутке $\left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right)$ постоянное значение, равное 0. Разумеется, различные ряды для этой функции могут быть получены самостоятельно.

ления π; один из корней этого уравнения, равный 3.14159..., дает для π шесть верных цифр. Применяя функцию $\varphi(x)$ более высокой степени, можно получить уравнения, дающие значения π с большей степенью точности.

§ **5. Пример 2-й.** Пусть функция $f(x)$, равная x в промежутке $\left(-\frac{l}{2}, \quad \frac{l}{2}\right)$ представлена в виде обычного ряда

$$f(x)=\frac{4l}{\pi^2}\sum\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2}\sin\frac{(2n-1)\pi x}{l}.$$

Улучшающую функцию $\varphi(x)$ (см. формулу $3'$) берем, как и в первом примере, в виде многочлена (5) четвертой степени. Коэффициенты a_k ряда

$$F(x)=f(x)+\Phi(x)$$

получаем, пользуясь значениями интеграла (8). Приравниваем нулю коэффициенты в выражениях для a_k при членах, содержащих в знаменателе множитель $k\pi$ в первой (два уравнения), второй (одно уравнение) и третьей (два уравнения) степенях.

Имеем

$$(1+1)A_0+\left(1+\frac{1}{2}\right)A_1+\left(1+\frac{1}{4}\right)A_2+\left(1+\frac{1}{8}\right)A_3+\left(1+\frac{1}{16}\right)A_4=0$$

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)A_1+\left(1-\frac{1}{4}\right)A_2+\left(1-\frac{1}{8}\right)A_3+\left(1-\frac{1}{16}\right)A_3=0$$

$$4l-2\left\{\frac{1}{1}A_1+\frac{2}{2}A_2+\frac{3}{4}A_3+\frac{4}{8}A_4\right\}=0$$

$$2(1+1)A_2+6\left(1+\frac{1}{2}\right)A_3+12\left(1+\frac{1}{4}\right)A_4=0$$

$$6\left(1-\frac{1}{2}\right)A_3+12\left(1-\frac{1}{4}\right)A_4=0$$

Решая эту систему, получаем

$$A_0=2l$$
$$A_1=-18l$$
$$A_2=48l$$
$$A_3=-48l$$
$$A_4=16l$$

Пользуясь значениями A_3 и A_4, находим коэффициенты a_k ряда Фурье.

Случай I $k\equiv 1 \pmod 4$

$$a_k=2\left\{24A_4\frac{1}{(k\pi)^5}+\left[\frac{6}{1}\cdot A_3+\frac{24}{2}A_4\right]\frac{1}{(k\pi)^4}\right\}=-\frac{192l(k\pi-4)}{(k\pi)^5}$$

Случай II $k\equiv 3 \pmod 4$

$$a_k=2\left\{24A_4\frac{1}{(k\pi)^5}-\left[\frac{6}{1}A_3+\frac{24}{2}A_4\right]\frac{1}{(k\pi)^4}\right\}=\frac{192l(k\pi+4)}{(k\pi)^5}$$

Случай III $k \equiv 2 \pmod 4$

$$a_k = 2\left\{-24(1+1)A_4\frac{1}{(k\pi)^5}\right\} = -\frac{1536l}{(k\pi)^5}$$

Случай IV $k \equiv 0 \pmod 4$

$$a_k = 0$$

Окончательно имеем

$$F(x) = \frac{192l}{\pi^5}\sum\frac{(-1)^n(2n-1)\pi+4}{(2n-1)^5}\sin\frac{(2n-1)\pi x}{l} - \\ -\frac{1536l}{\pi^5}\sum\frac{1}{(4n-2)^5}\sin\frac{(4n-2)\pi x}{l}$$

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

О НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ПУЧКОВ

С. И. ВАВИЛОВА

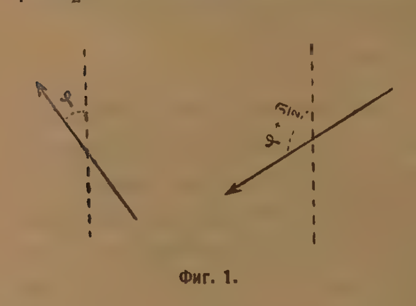
Структуру естественного света можно теоретически осуществить бесчисленными способами, рассматривая его либо как результат наложения однотипных эллипсов с хаотически распределенными осями, либо как сумму всевозможных, беспорядочно ориентированных эллипсов. Общераспространенным является утверждение, что физические свойства естественного пучка, доступные опыту и наблюдению вполне определены интенсивностью, частотой и разностью хода пучка, какова бы ни была его внутренняя структура.[1] Естественной свет с этой точки зрения в экспериментальном отношении полностью характеризован тем, что средние значения компонентов светового вектора по двум произвольным взаимно перпендикулярным осям в плоскости волны равны друг другу и некогерентны между собою.

Это положение может быть доказано,[1] однако, только для изолированных, или некогерентных между собою пучков. В дальнейшем, на трех примерах показано, что, заставляя интерферировать естественные пучки, пробегавшие в различных физических условиях, но оставшиеся естественными, можно наблюдать явления, обнаруживающие некоторые особенности структуры различных естественных пучков.

Пример 1. На пути двух параллельных когерентных квази-монохроматических естественных пучков, полученных в интерферометре и интерферирующих между собою, помещены две различных среды, одна оптически активная, другая неактивная. Для упрощения предположим, что разность хода, вызываемая обеими средами, одинакова, причем оптически

[1] Ср. P. Soleillet. Annales de Physique, 12, 29, 1929. Статья основана на теоремах Стокса, приведенных без вывода в Phil. Mag., 3, 316, 1852.

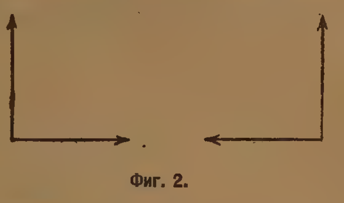
активная среда вращает плоскость поляризации поляризованного луча на 90°. Оба пучка, прошедших соответственно через активную и неактивную среду, остаются естественными, т. е. согласно приведенному выше положению должны бы остаться экспериментально неотличимыми друг от друга. В действительности же, при интерференции обнаружится их различие: при указанных условиях они не будут интерферировать. Если мгновенное положение светового вектора в одном из пучков (фиг. 1) определяется некоторым азимутом φ, то в другом когерентном пучке азимут будет $\varphi \pm \frac{\pi}{2}$, т. е. интерференция невозможна. Если активная среда вращает плоскость поляризации линейно-поляризованного света на 180°, то интерференционные полосы появятся, но на месте обычных максимумов будут находиться минимумы. При повороте на 270° интерференция исчезнет снова, при повороте на 360° она появляется в нормальным виде. При экспериментировании с белым светом, вследствие вращательной дисперсии, должны возникнуть своеобразные хроматические явления (например, красные полосы на синем фоне). Такой интерференционный опыт позволяет осуществить измерение, кажущееся на первый взгляд парадоксальным, именно определить вращение плоскости поляризации неполяризованного света. Точнее говоря, мы получаем возможность обнаружить изменение структуры естественного света.



Фиг. 1.

Пример 2. Пусть на пути одного из интерферирующих естественных пучков помещена пластинка в $\frac{\lambda}{2}$. Пучок, прошедший через такую пластинку, останется естественным, хотя и претерпит изменение внутренней структуры (линейное колебание по выходе из пластинки станет эллиптическим). Интерференция снова может раскрыть это структурное изменение естественного света. Разложим колебания в естественном луче на вертикальную и горизонтальную слагающие. В отсутствие пластинки $\frac{\lambda}{2}$ при интерференции естественных пучков в середине поля образуется максимум, так как и вертикальные и горизонтальные слагающие усиливают друг друга. Введение кристаллической пластинки сопровождается поворотом одной из слагающих (например, горизонтальной) на 180°, в то время как другая остается в прежнем положении (фиг. 2). При интерференции вертикальные слагающие в центре поля усиливают друг друга, горизонтальные

взаимно уничтожаются, и интерференция исчезает, так как суперпозиция всюду выполняется. Интерференция, однако, должна обнаружиться, если на интерференционное поле смотреть через поляризационную призму. Ориентируя ее определенным образом, можно выделить по желанию вертикальные и горизонтальные слагающие, дающие нормальную интерференционную картину, с максимумом в середине поля в одном случае и минимумом в другом[1]. В этом опыте в результате интерференции двух естественных пучков в поле интерференции свет поляризуется. Эта поляризация при встрече двух естественных пучков сама по себе представляет некоторый интерес как новый способ получения поляризованного света. Обычные методы поляризации основаны либо на воздействии на источник света (эффекты Зеемана и Штарка, поляризованная флуоресценция), либо на влиянии среды на распространение света. В данном примере поляризация должна возникать в пустоте при встрече двух естественных пучков.



Фиг. 2.

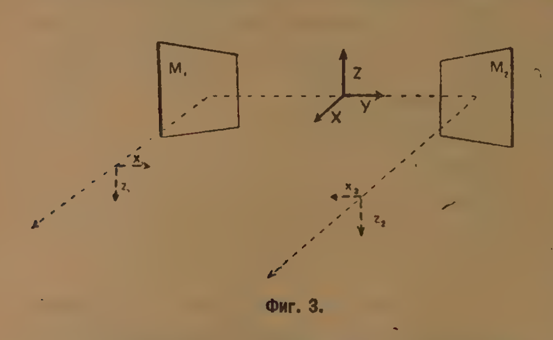
В описанных интерференционных опытах мы снова встречаемся с результатом, кажущимся с привычной точки зрения парадоксальным, мы получаем возможность обнаружить эллиптическую поляризацию естественного света, т. е. заметить изменение его внутреннего строения.

Пример 3. Соответствует несколько более сложному случаю интереференции Юнга-Френеля при широко расходящихся когерентных пучках.[2] Проблема интерференции широко расходящихся пучков занимала физиков несколько лет тому назад в связи с представлениями о световых квантах; ставился вопрос о когерентности таких пучков, причем качественные опыты Зеленого, Шрэдингера, Герлаха и Ланде, позволили обнаружить интерференцию при углах порядка 60°. Можно утверждать, однако, что эти экспериментаторы не нашли бы интерференции, если бы опыт производился при еще больших углах раскрытия, близких к 180°, несмотря на то, что пучки оставались бы вполне когерентными. Причиной является различие структуры интерферирующих, широко расходящихся пучков в интерференционных опытах типа Юнга-Френеля.

[1] Опыт хорошо удается в установке, аналогичной интерферометру Рэлея, если закрыть обе щели пластинками в $\frac{\lambda}{2}$, повернутыми одна относительно другой на 90°.

[2] Более подробное изложение этого случая см. в статье S. I. Wawilow und E. M. Brumber. Die Eigenschaften der Interferenz der sehr weit geöffneten Lichtbündeln. Phys. ZS. der Sowietunion, т. 2, 1932 г. (в печати).

Для выяснения сущности явления рассмотрим сначала следующий схематический мысленный опыт. Пусть между двумя зеркалами M_1 и M_2 (фиг. 3) помещена система трех взаимно перпендикулярных, несвязанных линейных осцилляторов X, Y и Z, линейные размеры которых малы в сравнении с длиною излучаемой волны (это — необходимое условие для интерференционных опытов с широко расходящимися пучками). Зеркала наклонены под углом 45° к оси, соединяющей их, и предполагаются идеальными с коэффициентом отражения, равным 1. При отражении происходит скачок фазы на π. Зеркала играют в рассматриваемом опыте лишь вспомогательную роль, их назначение отклонить падающие в диаметрельно противоположных направлениях лучи на 90°, чтобы заставить интерферировать в бесконечности. Зеркала можно заменить диффрагирующими отверстиями или призмами.

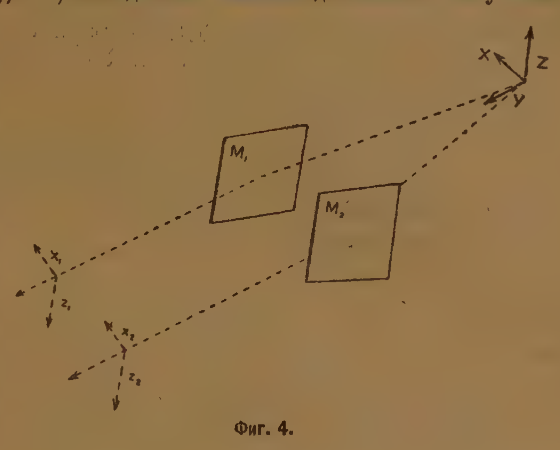


Фиг. 3.

Осциллятор Y не излучает в направлении зеркал вследствие законов дипольного излучения, и в отраженном свете будут только некогерентные слагающие x_1, z_1, и соответственно x_2, z_2, зависящие от осцилляторов X и Z. Вектора z_1, и z_2, расположенные перпендикулярно к плоскости интерферирующих лучей, направлены одинаково и при интерференции в центре картины усиливают друг друга. Наоборот, как это видно из фиг. 3, вектора x_1 и x_2 в плоскости интерферирующих лучей направлены антипараллельно и при интерференции в центре поля взаимно уничтожаются. Таким образом, поле интерференции будет всюду равномерно освещенным, иначе говоря, лучи, расходящиеся от нашего источника под углом 180° и эквивалентные до известной степени естественному свету (равенство и некогерентность компонентов x и y), интерферировать не будут. Легко видеть, однако, что поле интерференции, будучи равномерным в отношении освещенности, является в то же время перемежающимся в отношении поляризации: в центре поля компоненты x взаимно уничтожаются и остаются только компоненты z с вертикальными колебаниями, т. е свет будет поляризованным. На месте обычных интерференционных полос здесь чередуются состояния поляризации с вертикальными и горизонтальными колебаниями. При рассматривании поля интерференции через

николь при двух его положениях, интерференционные полосы должны обнаружиться вполне отчетливо, исчезая, однако, при повороте главного сечения николя на 45° к плоскости интерференции.

Если произвести тот же опыт при малом угле между интерферерирующими лучами (фиг. 4), то, вследствие законов дипольного излучения, осциллятор, направленный почти параллельно интерферирующим лучам, в этом направлении излучать не может, и компоненты x_1, x_2 и z_1, z_2 будут сходиться в центре интерференционной картины с одинаковой фазой, т. е. мы получим обычную френелевскую интерференцию.



Фиг. 4.

Таким образом, в нашей системе диполей, излучающей «естественный» свет, при испытании ее в интерференционной установке типа Юнга-Френеля, интерференционная способность меняется от 0 до 1 при изменении угла раскрытия лучей от 180° до 0°, и свет в поле интерференции является поляризованным.

Расчет, произведенный для более реальной системы, состоящей из множества, например центрально-эллиптических осцилляторов, хаотически расположенных и сосредоточенных в объеме, малом в сравнении с длиною световой волны, приводит к таким же результатам. Обозначим через I и i соответственно интенсивности в максимумах и минимумах интерференционной картины. Видимость интерференционных полос V определяется отношением:

$$V = \frac{I - i}{I + i}$$

Для случая хаотически распределенных центрально-эллиптических осцилляторов с точностью до постоянного множителя

$$I - i = (1 + \cos 2\alpha)(1 + a^2)$$
$$I + i = 2(1 + a^2),$$

где 2α — угол рескрытия, a — отношение полуосей эллипса. Видимость интерференционной картины

$$V = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2},$$

т. е меняется от 1 до 0 при изменении 2α от 0° до 180°

Степень поляризации p для рассматриваемого случая в области максимумов интерференционного поля:

$$p_{\max} = \frac{I_x - I_z}{I_x + I_z} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{3 + \cos 2\alpha}$$

и в области минимумов

$$p_{\min} = \frac{i_x - i_z}{i_x - i_z} = -1$$

Через I_x, I_z, i_x, i_z обозначены интенсивности, соответствующие горизонтальным вертикальным компонентам для максимумов и минимумов. Таким образом, степень поляризации в области максимумов меняется от 0 до 1 при изменении угла раскрытия 2α от 0 до 180°, в области минимумов она всегда является полной. Последний результат теряет свою парадоксальность, если принять во внимание, что в обычных условиях интерференционных опытов, т. е при $2\alpha \sim 0$ интенсивность минимумов близка к нулю.

Мы проверили эти результаты экспериментально, применив для этой цели ультра-микроскопическую установку. Источниками света ультрамикроскопических размеров служили мельчайшие кристаллики азотнокислого урана, помещавшиеся в специальную кварцевую камеру Цейсса для ультрамикроскопии с кардиоид-конденсором. Камера наполнялась парафиновым маслом для установления оптического контакта между дном камеры и кристалликами, вязкость масла служила для демпфирования броуновского движения частиц. Частицы освещались через кардиоид-конденсор светом угольной дуги, пропущеным через 10 см воды. Если освещение производилось, например, через синий светофильтр, а перед окуляром находился дополнительный желтый фильтр, не пропускавший в глаз прямого дугового света, то в окуляр была видна только зеленая фотолюминесценция азотнокислого урана, а кристаллики служили самосветящимися источниками. При удалении окулярного светофильтра, прямой рассеянный свет настолько доминировал над люминесценцией, что частицы могли рассматриваться как вторичные, освещенные источники. На объектив микроскопа надевалась

станиолевая диафрагма с двумя отверстиями, служившими диффрагирующими щелями, и интерференция наблюдалась так же, как и в известных опытах Зидентопфа.

В том случае, когда кристаллики служили как рассеивающие центры, интерференция наблюдалась без всяких затруднений. В случае самосветящихся кристалликов интенсивность люминесценции была настолько слабой, что визуальное наблюдение интерференции становилось невозможным и заменялось фотографированием, при очень больших экспозициях. Таким способом с самосветящимися частицами удалось продвинуться только примерно до 20° раскрытия. При бóльших углах интенсивность становилась чрезвычайно слабой и для получения нужных снимков потребовались бы многочасовые экспозиции. По причине этих затруднений измерения с очень большими апертурами (120—140°) были произведены только с рассеивающими частицами. После большого числа проб удавалось найти частицы, которые рассеивали через отверстия на объективе естественный свет, что проверялось вращением турмалина перед окуляром при дефокуссированной установке, когда интерферирующие пучки были видны раздельно. При очень больших апертурах на всех таких частичках удалось наблюдать явления, необходимость которых выведена выше. При фокуссировке и сведении обоих пучков без турмалина интерференция была незаметной, она сразу обнаруживалась, однако, при рассматривании сквозь турмалин. При двух взаимно перпендикулярных положениях турмалина интерференция была особенно резкой, она практически исчезала при повороте турмалина на 45° относительно этих положений. Этот результат вполне совпадает со следствиями, выведенными выше.

В рассмотренных примерах обнаруживаются интерференционные явления нового типа, в которых 1) когерентные монохроматические естественные пучки не интерферируют, 2) разность хода терят свой простой смысл и 3) возникают своеобразные поляризационные явления. Эти особенности, как мы видели, находят простое объяснение при учете изменения внутреннего строения естественного света. Прохождение через оптически-активную среду, кристаллическую пластинку, отражение от зеркала, вносят в беспорядочность естественного света некоторые закономерности при остающейся изотропии. Эти закономерности легко обнаруживаются интерференционным сравнением с другим когерентным естественным лучом, не испытавшим такого же упорядочения.

Из последнего разобранного примера видно, что интерференционный опыт не дает возможности различить, имеем ли мы дело с линейными или эллиптическими осцилляторами, параметр a выпадает в выражении для видимости интерференции V. Вопрос о том, какие модификации естественного света могут быть обнаружены на опыте, нуждается в дальнейшем исследовании. Приведенные примеры позволяют сделать только принципиальное заключение о необходимости диференциации и углубления понятия об естественном свете.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932

BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles

Отделение математических и естественных наук

ИСТОРИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ЮЖНОЙ ЧАСТИ СРЕДНЕЙ СИБИРИ ОТ СЕРЕДИНЫ ПРОТЕРОЗОЙСКОЙ ЭРЫ ДО НИЖНЕСИЛУРИЙСКОЙ ЭПОХИ ВКЛЮЧИТЕЛЬНО

А. Н. ЧУРАКОВА

(*Представлено академиком* В. А. Обручевым)

Введение

Достаточно хорошо известно, что в подавляющем большинстве случаев наиболее совершенным и самым легким способом передачи мыслей является не словесное, а графическое их изображение, как это впервые блестяще доказал Ян Амос Коменский своим знаменитым «Orbis pictus», написанным еще в половине XVII столетия.

Западноевропейские и американские геологи уже давно оценили всю силу этого способа, а потому их работы и даже учебники всегда выгодно отличаются от наших сочинений обилием хорошо подобранных фотографий и великолепно составленных карт и разрезов. Идя по пути развития этой стороны дела, они часто прибегают и к штриховым рисункам, сделанным не только с натуры, но иногда и по фотографическому снимку, правильно учитывая, что штриховой рисунок дает подчас гораздо больше, чем сама фотография. Не довольствуясь этим, они применяют и так называемые глыбовые разрезы (block diagrams), зачастую сопровождая их рядом исторически-последовательных разрезов. Мало того, стремясь возможно шире распространить эти иллюстрационные приемы, они дали ряд прекрасных методических руководств, из которых самое лучшее принадлежит Армину Лёбеку (10).

Вычерчивание глыбовых разрезов, представляющих самый совершенный и вместе с тем технически наиболее трудноисполнимый прием, в настоящее время сведено до чрезвычайной простоты для тех случаев, когда глыбовый разрез составляется по точной топографической карте с горизон-

талями. Простой способ автоматического составления таких разрезов дал Дюфур, который изобрел очень простой прибор, несколько напоминающий пантограф (9).

В нашей геологической литературе все эти весьма важные вопросы до сих пор к сожалению остаются в тени. А между тем, если говорить о темпах работы, то надо помнить, что в вопросе быстрого овладения содержанием книги — независимо от того, овладевает ли ею ученый или учащийся — главное значение имеет та форма, в которой преподносится материал. В этом последнем вопросе решающее слово принадлежит иллюстрациям.

Мне давно казалось, что при описании геологического строения местности особенно важно давать серии хронологических разрезов, так как они представляют собой очень хорошую сводку, позволяющую без труда, буквально в несколько минут, уяснить себе взгляды исследователя на историю геологического развития данного участка литосферы, даже с очень сложной стратиграфией и тектоникой. Поэтому в своих работах я старался посильно вводить этот метод (2; 3).

Я считаю этот прием особенно важным еще потому, что он дает возможность и самому исследователю проверить, насколько отчетливо он сам представляет себе геологическое строение той местности, которую он описывает. Больше того, по личному опыту я могу заверить, что этот прием является особым видом анализа, который в процессе работы порою вскрывает перед исследователем такие подробности, которые могут легко ускользнуть от его внимания при обычном словесном описании или составлении только современных геологических разрезов в их статическом состоянии.

Я считаю весьма желательным, чтобы каждая сводная геологическая работа сопровождалась хронологическими разрезами. Составление плоскостных хронологических разрезов не представляет больших трудностей, и только сложные глыбовые разрезы требуют от автора уменья рисовать или нуждаются в помощи художника, работающего под непосредственным наблюдением геолога.

История развития южной части Средней Сибири

История геологического развития южной части Средней Сибири во время протерозойской эры и кембрийского периода уже изложена мной в работе, опубликованной в «Известиях Академии Наук»; в ней приведены и те материалы, которые дали мне возможность обосновать мои взгляды (4).

В более сжатом виде, но с весьма существенными дополнениями этот вопрос освещен в другой моей работе, напечатанной в «Очерках по геологии Сибири» (6).

Прилагаемая при настоящей статье серия хронологических разрезов представляет собой, в сущности говоря, заключительную главу к первой работе и к тем обобщениям, которые даны на стр. 16—42 во второй работе. Я составил эти разрезы именно для того, чтобы исследователь, лично незнакомый с геологией этой части Сибири, мог легко и быстро понять мои взгляды на ее тектонику и стратиграфию, после чего чтение моих работ не представит для него больших затруднений; затем, если он пожелает критически отнестись к моим выводам, ему надлежит обратиться к первоисточникам, ссылки на которые приведены в моих работах.

Этой статьей я имею в виду также помочь нашей учащейся молодежи, у которой нет ни времени, ни навыков изучать специальную литературу, а желание ознакомиться с геологией различных частей нашего Союза велико[1].

Для того, чтобы эти разрезы можно было яснее себе представить, не обращаясь к моим указанным работам, я даю краткие пояснения, — тем более, что, с одной стороны, в эти разрезы вкралась к сожалению небольшая ошибка а, с другой стороны, я уже предвижу возможные изменения в определении возраста одной из свит.

Площадь, изображенная на разрезах, охватывает почти весь современный Кузнецкий Алатау, Западный Саян, западный склон Восточного Саяна и хребет Аргà, а также заключенную между ними Минусинскую котловину, как показано на обзорной карточке (фиг. 1).

Наблюдатель находится где-то на одной из вершин Горного Алтая и рассматривает эту площадь в направлении на СВ. Рамки глыб, идущие параллельно наблюдателю, имеют направление ССЗ — ЮЮВ; две другие рамки идут в направлении ЗЮЗ — ВСВ. Левый дальний угол разрезов находится около г. Красноярска; левый ближний — в пределах Мариинской тайги около р. Яи; правый дальний угол отвечает примерно верховьям Амы́ла, впадающего слева в Тубу̀ — правый приток Енисея; правый ближний угол приходится приблизительно на долину Абакана в его верхней части.

Само собою разумеется, что ни вертикальный, ни горизонтальный масштабы не соблюдены, как это видно по размерам и по числу складок.

[1] В несколько расширенном виде эта статья напечатана также по-английски (12).

Эти разрезы — только схема. Они составлены художницей А. Е. Ластовецкой летом 1931 г. по моим наброскам и под моим непрерывным наблюдением.

Разрезы расположены в естественном стратиграфическом порядке, т. е. снизу вверх и снабжены номерами. В этом же порядке я даю и описание таблицы.



Фиг. 1.

Описание таблицы

СРЕДНЕ-ПРОТЕРОЗОЙСКАЯ ЭРА

№ 1. Литогенезис. Верхняя свита — кутень-булукская (а); средняя — енисейская (в); нижняя — граувакковая (с). Первые две свиты уже давно известны в литературе; последняя[1], получившая свое название от А. Я. Булынникова, изучена на западном склоне Восточного Саяна и недавно обнаружена К. В. Радугиным в отчетливом виде в юго-западной части Кузнецкого Алатау, а также Ю. А. Кузнецовым около Красноярска на р. Базаихе. Верхняя свита согласно лежит на средней; но между средней свитой и нижней — повидимому скрытое несогласие. Самая интересная особенность двух верхних свит — это наличие в них морских следов оледенения (11).

[1] Я предлагаю называть ее кондомской свитой в виду того, что в Кузнецком Алатау существует другая, стратиграфически более молодая свита, имеющая то же название (4, стр. 382; 7).

Время отложения всей этой мощной толщи осадков я отношу к среднему протерозою, так как между литогенезисом кутень-булукской свиты и началом нижне-кембрийской эпохи мной обнаружен огромный перерыв, в течение которого произошел ряд крупных событий. Весь этот перерыв я отношу к верхнему протерозою.

ВЕРХНЕ-ПРОТЕРОЗОЙСКАЯ ЭРА

№ 2. Первый орогенический цикл — байкальская складчатость, создавшая складки СВ простирания под давлением силы, действовавшей с северо-запада.

За этим орогенезисом последовал эрозионный цикл.

№ 3. Второй орогенический цикл — саянская складчатость, смявшая складки первого орогенезиса давлением, действовавшим в направлении, повидимому, перпендикулярном давлению первого орогенеза (8).

Возникший после этого новый эрозионный цикл явился неизбежным следствием вновь созданных тектонических форм.

№ 4. Третий орогенический цикл — кызырский орогенез, разбивший на отдельные клинья окрепшую глыбу протерозоя. Он был создан давлением, действовавшим в направлении, повидимому с ЮЮВ. Этот орогенезис прослежен только на западном склоне Восточного Саяна (по р. Кызыру); но, судя по мощности вызванных им перемещений, он должен был сказаться на обширной площади.

№ 5. После кызырского орогенеза наступил эрозионный цикл и длительный период тектонического покоя, во время которого закрылись, окрепли и омертвели те трещины, которые были созданы кызырским диастрофизмом. Длительность этого промежутка времени была так велика, что за это время южная часть Средней Сибири, как я полагаю, была превращена в пенеплен.

Новый орогенический или вернее синорогенический цикл, вызванный давлением, шедшим в направлении СЗ — ЮВ (или обратно), создал систему глубоких трещин, по которым начались обильные и повторные излияния базальтовой магмы, залившей огромную площадь. Замечательнее всего то, что старые трещины кызырского орогенеза при этом совершенно не ожили, и магма подымалась по новым путям (4, стр. 371).

Должен указать, что при составлении этого разреза и всех последующих вкралась ошибка. Дайки базальтов (диабазов) показаны прорывающими антиклинали, тогда как в природе мы видим обратную картину: дайки рвут только синклинали и отсутствуют в антиклиналях.

№ 6. Длительный эрозионный цикл, во время которого почти полностью были смыты базальтовые покровы и частично размыты осадочные толщи среднего протерозоя.

НИЖНЕ-КЕМБРИЙСКАЯ ЭПОХА

№. 7. В югозападной части описываемой площади, которую занимает в настоящее время югозападная часть Кузнецкого Алатау и северозападный угол Западного Саяна, произошла трансгрессия мелкого моря, в котором отложение осадков чередуется с излиянием основных и кислых лав. Остальная, значительно бо̀льшая часть всей площади представляла собой сушу, на поверхности которой шло дальнейшее уничтожение базальтовых покровов и размыв протерозойских осадков.

СРЕДНЕ-КЕМБРИЙСКАЯ ЭПОХА

№ 8. На всей площади происходит обширная трансгрессия средне-кембрийского моря, отложившего мощную толщу известняков с археоциатами, трилобитами и брахиоподами. Трансгрессия произошла так быстро, что не сопровождалась образованием прибрежной фации (5). Во многих местах средне-кембрийские известняки лежат непосредственно на известняках енисейской свиты протерозоя, как это видно в средней и в левой части разреза. Эти места и являются в настоящее время главной причиной разногласия между различными исследователями: одни геологи видят этот перерыв, другие его отрицают, отождествляя известняки среднего кембрия с известняками енисейской свиты.

Трансгрессия этого моря постепенно сменилась его обмелением и регрессией, после чего в пределах западного склона Восточного Саяна произошли вулканические извержения. Эти последние процессы, не показанные на разрезе, повидимому и закончили собой средне-кембрийскую эпоху

ВЕРХНЕ-КЕМБРИЙСКАЯ ЭПОХА

№ 9. Новый, мощный орогенез — салаирская складчатость, заключительным аккордом которой явилась интрузия гранитной магмы, создавшей контактово-метасоматические месторождения меди и гидротермальные месторождения кварцевых золотоносных жил. Жесткая плита протерозоя дробится и слегка сжимается, тогда как средне-кембрийские известняки собираются в правильные складки; на границе кембрия и протерозоя возникают подвижки и даже местные надвиги, кое-где даже с образова-

нием милонитов.[1] Общее направление складок салаирского орогенеза ВСВ, причем складки в средне-кембрийских известняках местами слегка опрокинуты к ССЗ, свидетельствуя тем самым, что давление шло с ЮЮВ.

Я полагаю, что именно в это время в Западном Саяне протерозойские складки байкальского орогенеза были также опрокинуты к северо-западу и подмяли под себя известняки среднего кембрия, как это видно в средней части разреза.

В правильном истолковании этого последнего обстоятельства и лежит, по моему, ключ к разгадке того разногласия, которое существует между различными геологами в вопросе о возрасте древних свит Западного Саяна. Так, И. К. Баженов относит нижние толщи Западного Саяна к кембрию, а налегающие на них отложения — к силуру; я же вижу в них кембрий с налегающим на него протерозоем, перекрытым впоследствии нижне-силурийскими осадками.

Простирание складок в средне-кембрийских известняках в действительности гораздо сложнее, чем это показано на разрезе, так как по окраинам глыбы современного Кузнецкого Алатау эти складки имеют различное направление. Эти отклонения были обусловлены тем, что отдельные глыбы, на которые к этому времени уже успела разбиться плита сибирского протерозоя (т. е. Кузнецкий Алатау, Западный Саян, Кузнецкая котловина) пришли в движение во время салаирского орогенеза, влияя тем самым на формирование складок в вышележащих толщах.

№ 10. В конце верхне-кембрийской эпохи произошло эпейрогеническое поднятие Кузнецкого Алатау в виде горба, так что этот разрез изображает не всю площадь южной части Средней Сибири, а только этот горный массив. Эрозионные процессы начинают снимать с его возвышенных частей средне-кембрийские осадки, обнажая апикальные части гранитных интрузивов. Крупные площади средне-кембрийских известняков сохраняются лишь на пониженных окраинах, тогда как центральная часть Кузнецкого Алатау начинает освобождаться от них. Наличие этого эпейрогенеза объясняет, почему и в настоящее время по окраинам Алатау средний кембрий местами встречается большими участками, тогда как в его центральных частях мы его не видим.

Однако, новейшие исследования показали, что это эпейрогеническое поднятие Алатау произошло не в виде одной цельной глыбы, а в виде двух глыб,

[1] Подобные случаи могут легко ввести в заблуждение недостаточно опытного исследователя и привести его к ложному выводу о наличии шарриажей.

почти одинакового размера, между которыми образовалось понижение. В этом понижении средне-кембрийские известняки подверглись меньшему размыву, и их останцы до сих пор сохранились кое-где на поверхности Алатау во внутренних его частях, а именно около рудника Улень и около станции Сон (6, карта).

НИРЖНЕ-СИЛУИЙСКАЯ ЭПОХА

№ 11. На сильно размытую поверхность Кузнецкого Алатау, Западного Саяна и южной части Восточного Саяна начинает наступать с СЗ и Ю мелкое море. Его осадки и сейчас сохранились на небольшой площади в Мариинской тайге; но в Западном Саяне они имеют, повидимому, значительное распространение. Бо̀льшая часть поверхности в пределах Алатау, Минусинской котловины, хребта Арга и северозападной части Восточного Саяна в это время представляла собой сушу. Эрозионные процессы продолжают свою работу на поверхности этой суши, и в Кузнецком Алатау еще резче начинают выступать обнажающиеся гранитные батолиты.

В настоящее время я подготовляю к печати более подробную серию, состоящую из 30 хронологически последовательных глыбовых разрезов, которыми я попытаюсь изобразить всю историю геологического развития этой части Сибири, доведя эту историю до современной эпохи.

Заключение.

Такое представление о стратиграфии и тектонике древних отложений южной части Средней Сибири создалось у меня не только на основании моих собственных наблюдений: оно обосновано также анализом работ других геологов. Многое из наблюдений других исследователей я принял, но многое отверг как ошибочное, и ряд весьма важных наблюдений представлен в моем освещении.

Ближайшая задача будущих лет заключается в том, чтобы проверить правильность этих представлений и устранить существующие разногласия, подтвердив мои выводы или внеся в них поправки и дополнения. По отношению к Кузнецкому Алатау и западному склону Восточного Саяна эта проверка не представит больших затруднений, потому что, с одной стороны, мной указан ряд мест, где легко проверить правильность моих выводов; с другой стороны, ни в одной из опубликованных до сих пор работ и заметок, содержащих критику моих взглядов, не приведено ни одного серьезного возражения. Гораздо труднее будет выяснить разно-

гласия относительно стратиграфии и тектоники Западного Саяна, так как этот горный массив в своем дальнейшем развитии рисуется мне сейчас стратиграфически и тектонически более сложно построенным, чем Кузнецкий Алатау и Восточный Саян; кроме того, в нем не было еще тех подробных исследований, которые уже проведены в Алатау и Восточном Саяне.

При выяснении тектоники и стратиграфии Западного Саяна — особенно его западной части — неизбежно встанет вопрос о сопоставлении его строения с геологией югозападной части Кузнецкого Алатау и Бийского массива, с которыми он имеет много общего. В этой работе одной из первых задач, как мне кажется, будет задача точного выяснения возраста той граувакковой свиты, которую А. М. Кузьмин обнаружил стратиграфически ниже среднего кембрия и отнес к нижнему кембрию (см. разр. № 7).

Эта свита уже давно привлекает мое внимание. Сначала я думал, что ее надо отнести к протерозою и сопоставить с кутень-булукской свитой (3). Затем, в последующих работах, опираясь на вполне определенные указания А. М. Кузьмина, утверждающего, что эта свита согласно перекрывается средне-кембрийскими известняками, я счел необходимым присоединиться к его выводу и признал ее за нижний кембрий; вместе с тем я указал, что она может быть отвечает даже низам среднего кембрия (4; 6).

Теперь меня вновь охватывают сомнения, и я начинаю думать, что эта свита представляет собой все-таки протерозой — кутень-булукскую свиту.

Вот какие соображения навели меня опять на эти мысли. Прежде всего, терригенные осадки нижнего кембрия, которые имеют в Восточной Сибири такое широкое географическое распространение, поражают постоянством своего литологического облика, будучи сложены преимущественно красными песчаниками. Эта резко выраженная фация континентальных отложений, образовавшихся в условиях жаркого климата, слишком сильно отличается от граувакк и глинистых сланцев «нижнего кембрия» югозападной части Кузнецкого Алатау. Правда, ближайшие места, где мы знаем красноцветную нижне-кембрийскую свиту, т. е. юговосточная окраина Енисейского кряжа, отстоят от югозападной части Алатау на 700 км.[1] Но мне думается, что вряд ли на таком растоянии имело место столь резкое изменение климатических условий, которые в нижне-кембрийскую эпоху господствовали в Восточной Сибири на огромной площади.

[1] Эти места на приложенной карте обозначены крестиками.

Во-вторых, наличие прослоев кремнистых сланцев и галек чуждых пород, отмеченных А. М. Кузьминым в граувакковой свите, представляет собой такие особенности, которые очень сильно сближают эту свиту с кутень-булукской.

Наконец, недавно появилось третье, очень существенное и весьма интересное обстоятельство. Дело в том, что между сибирскими геологами, начавшими в последние годы геологическую съемку Горного Алтая в его северовосточной части, зреет такое же точно разногласие, какое возникло 7 лет тому назад между исследователями восточного склона Кузнецкого Алатау. Это разногласие касается определения возраста мощной известняковой свиты. Одни исследователи (К. В. Радугин) на основании нахождения в ней водорослей, сходных с альгонкскими водорослями Скалистых гор Северной Америки, и на основании присутствия в известняках черных кремнистых сланцев считают ее протерозоем. Другие (Б. Ф. Сперанский), отрицая руководящее значение прослоев кремнистых сланцев и опираясь на находки археоциат, отвергают протерозойский возраст этой свиты, относя ее к кембрию.

Я полагаю, что правы и те и другие. Причина разногласия кроется, по моему, в том, что там, как и в Кузнецком Алатау, средний кембрий местами лежит непосредственно на известняковой свите протерозоя, производя впечатление непрерывной толщи осадков. Но, если это — так, значит и в Горном Алтае отсутствует под средним кембрием «нижне-кембрийская» граувакковая свита, подобно тому, как мы не видим ее ни на обширной площади Кузнецкого Алатау, ни на западном склоне Восточного Саяна.

При такой постановке вопроса эта граувакковая свита естестественно начинает мне рисоваться в ином свете.

Одно из двух: или в Горном Алтае она действительно залегала на протерозое, но была совершенно смыта до трансгрессии средне-кембрийского моря, или она там совсем не отлагалась.

В первом случае ее вряд ли можно будет тогда отнести к нижнему кембрию, и правильнее считать ее протерозоем. Во втором случае придется допустить, что южная часть Средней Сибири вместе с Горным Алтаем представляла собой пенеплен, на который быстро надвинулась трансгрессия средне-кембрийского моря; но вместе с тем, на этой обширной и выровненной поверхности была крупная впадина в пределах Бийского массива, югозападной части Кузнецкого Алатау и южной части Салаира, — впадина, заполненная в нижне-кембрийскую эпоху терригенными осадками с продуктами вулканических извержений.

Такое обособленное существование этой впадины мне кажется менее вероятным, и я склоняюсь к первому предположению.

Само собою разумеется, что при отсутствии достаточного количества фактов я не могу настаивать на правильности предлагаемого мной вывода, — тем более, что я пока не распространяю его на Западный Саян. Я выдвигаю этот вывод только в качестве новой задачи для будущих исследователей.

Подобная постановка вопроса таит в себе одно обстоятельство, которое на первый взгляд как будто ослабляет мои воззрения.

Дело в том, что, устанавливая верхне-протерозойский возраст целого ряда циклов (см. разр. №№ 4—6), я исходил из того соображения, что последний протерозойский эрозионный цикл (разр. № 6) предшествовал отложению той граувакковой свиты, которую, согласно А. М. Кузьмину, я относил к нижнему кембрию.

Теперь, если эту свиту отнести к среднему протерозою и отождествить с кутень-булукской свитой, т. е., короче говоря, уничтожить ее, как самостоятельную свиту, то мы увидим, что последний протерозойский эрозионный цикл (разр. № 6) окажется непосредственным предтечей трансгрессии средне-кембрийского моря. В таком случае позволительно задать вопрос, имеем ли мы достаточные основания продолжать относить этот цикл к протерозою, и нельзя ли допустить, что весь этот цикл, а вместе с ним, быть может, и предшествовавший ему вулканический цикл и даже кызырский орогенез надо считать нижне-кембрийскими. Короче говоря, эта новая постановка вопроса приводит нас к возможному стратиграфическому понижению границы, намеченной мной между кембрием и протерозоем.

В таком предположении по существу нет ничего невероятного, ибо, с одной стороны, промежуток времени, охватывающий нижне-кембрийскую эпоху, достаточно велик, а, с другой стороны, дислокации нижне-кембрийского возраста — правда, не особенно сильные — уже давно обнаружены в Северной Америке (13).

Однако, я полагаю, что полностью такой вывод делать нельзя. — И вот, почему. К нижне-кембрийской эпохе можно отнести только эрозионный цикл (№№ 6—7), как это и предусмотрено мной на разрезе № 7 для конца этого цикла, — но и только.

Что же касается кызырского диастрофизма и последовавшего за ним вулканического цикла, то они останутся протерозойскими, так как на северо-восточном склоне Восточного Саяна, где мы имеем нижне-кембрийские осадки, — мы не наблюдаем ни диастрофических, ни вулканических

явлений, которые можно было бы считать нижне-кембрийскими. Больше того, я склоняюсь к мысли, что подробное исследование этой части Восточного Саяна со временем, быть может, заставит нас признать протерозойский вулканический цикл даже значительно более древним, чем я сейчас его изображаю.

Это предположение я делаю на том основании, что в верховьях рр. Оки и Ии, как показывают исследования Л. Г. Котельникова, за излияниями основной магмы последовала еще гранитная интрузия несомненно докембрийского возраста (1). Если будет доказано, что эти основные излияния являются одновременными с тем вулканическим циклом, который изображен на моих разрезах, тогда количество событий, включенных мной в верхне-протерозойскую эру, станет больше, и необходимость выделения среднего протерозоя будет еще более очевидной[1].

Вот почему, выдвигая задачу пересмотра стратиграфического положения граувакковой свиты А. М. Кузьмина, я оставляю по существу без изменения границу между кембрием и протерозоем.

Особый интерес именно такой постановки вопроса заключается, по моему, в том, что, если будет доказан протерозойский возраст граувакковой свиты югозападной части Кузнецкого Алатау, — то тем самым значительно расширится площадь распространения кутень-булукской свиты с ее своеобразными морскими следами протерозойского оледенения. Гальки чуждых пород на этой новой площади распространения кутень-булукской свиты дадут нам дополнительный материал для решения вопроса о докембрийском оледенении, — вопроса, который я считаю одной из интереснейших и крупнейших современных задач в деле выяснения стратиграфии и палеоклиматологи сибирского и монгольского протерозоя.

Изучение во всей этой свите часто встречающихся галек слабо метаморфизованных осадочных пород и весьма свежих эффузивов позволит нам заглянуть в еще бо̀льшие стратиграфические глубины и составить себе довольно отчетливое представление о литологическом облике свит пока нам неведомого нижнего протерозоя.

Может показаться слишком преждевременным, что сейчас, когда еще не угасла борьба вокруг основного вопроса о том, существует ли вообще протерозой в этой части Сибири или он отсутствует, — я делю протерозой на верхний и средний его отделы и даже выдвигаю задачу изучения нижнего протерозоя.

[1] Эту мысль я развиваю более подробно в другой работе (7).

Для меня не подлежит сомнению, что основной спорный вопрос о протерозойском возрасте енисейской и кутень-булукской свит будет решен утвердительно, и недалек тот час, когда борьба из-за этого вопроса будет окончена. Но когда это произойдет, тогда, как неизбежное следствие, явится и признание правильности моих выводов относительно большого перерыва между временем литогенеза этих осадков и нижне-кембрийской эпохой.

С другой стороны, правильность постановки вопроса о протерозойском оледенении также не вызывает у меня сомнений, а потому вполне естественно рассматривать слабо метаморфизованный осадочный материал, принесенный айсбергами, как породы более древнего протерозоя, а не археозоя.

Правда, такая попытка расчленения протерозоя имеет в виду только Среднюю Сибирь и часть Восточной Сибири. Но и это будет шагом вперед, так как общей схемы параллелизации протерозойских отложений для всего земного шара мы еще не имеем и не скоро ее получим.

В заключение скажу, что постановка вопроса никогда не является преждевременной; преждевременной может оказаться только попытка разрешения вопроса.

Центр. научно-исслед. геол.-развед. институт
Союзгеоразведки.

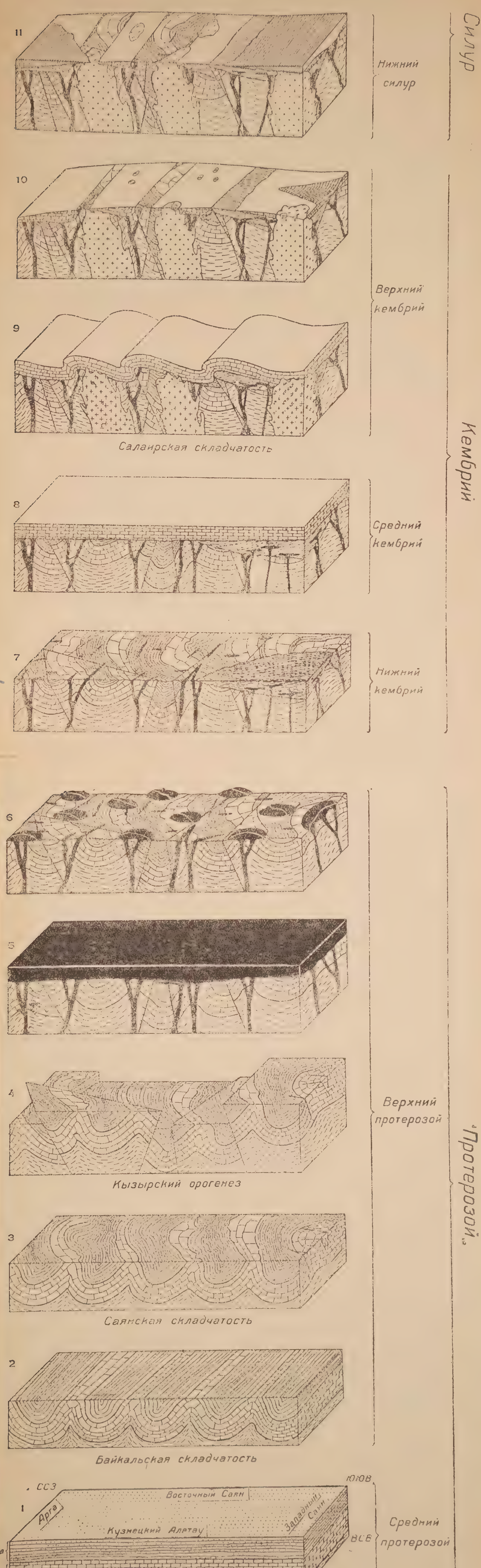
Ленинград, 14 мая 1932 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников Л. Г. Маршрутные геологические исследования района рек Ока, Ия и Уда. — Тр. Всесоюзн. геол.-развед. объедин., 1933 (печатается).
2. Чураков А. Н. Материалы для тектоники Кузнецкого Алатау. — Тр. Геол. Ком., нов. сер., вып. 145, 1916.
3. ——— История развития наших представлений о строении северо-западной окраины «древнего темени Азии». — Изв. Геол. Ком., 1927, т. 45, № 1.
4. ——— Современное состояние наших знаний о стратиграфии и тектонике древних отложений южной части Средней Сибири — Изв. Акад. Наук СССР, 1931. Отд. мат. и ест. наук, № 1—4.
5. ——— О соотношении между кембрием и протерозоем в Кузнецком Алатау. — Там же, 1932, № 1.
6. ——— Кузнецкий Алатау. История его геологического развития и его геохимические эпохи. — Серия «Очерки по геологии Сибири». Изд. Акад. Наук СССР, 1932.
7. ——— История геологического развития и протерозойское оледенение северной части Енисейского кряжа. — Тр. Всесоюзного геол.-разведочн. объедин., 1933 (печатается).

8. Chamberlin R. T. The strain ellipsoid and Appalachian structures. — Journ. of Geol., vol. 36, № 1, p. 89, 1928.
9. Dufour M., Pierre Th. Nouveau procédé permettant d'obtenir les perspectives-reliefs de formes géographiques représentées sur les cartes hypsometriques. Thèse présentée à la faculté des sciences de Paris pour obtenir le titre de docteur de l'université de Paris. Librairie Ch. Delagrève, Paris, 1917. Этот прибор описал в своей книге и A. K. Lobek (№ 10).
10. Lobek A. K. Block diagrams and other graphic methods used in geology and geography. New York, 1924 (указана литература).
11. Tchurakov A. N. Traces of proterozoic glaciation in the southern part of Central Siberia. — Bull. Geol. Soc. of America, 1932, vol. 43, № 3.
12. ——— Stratigraphy and tectonics of the proterozoic formations in South-Central Siberia. — Bull. Geol. Soc. of America. 1932, vol. 43, № 3.
13. Walcott Ch. D. Cambrian and its problems in the Cordilleran region. — Chapt. IV in «Problems of American Geology», p. 189, 1925.

А. Н. Чураков. История геологического развития южной части Средней Сибири от середины протерозойской эры до нижнесилурийской эпохи включительно



ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932

BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles

Отделение математических и естественных наук

ТЕРМИЧЕСКИЕ ПЕРИОДЫ И ОБРАЗОВАНИЕ ДОННОГО ЛЬДА НА АНГАРЕ

Г. Ю. ВЕРЕЩАГИНА

(*Представлено* Байкальской лимнологической станцией)

По договоренности с Ангарстроем Байкальская лимнологическая станция Академии Наук СССР, начиная с июня 1930 г., занята систематическим изучением термического режима Ангары на ее участке между Байкалом и Иркутском.

Специальное внимание при этом изучении уделяется вопросу о тех условиях, при которых образуется на исследуемом участке донный лед, а также об условиях, при которых в отдельных участках этого района его образование невозможно.

Результаты обработки материалов, собранных за период с 1 VI по 31 XII 1930 г., уже послужили предметом опубликованного сообщения.[1] В настоящее время закончена обработка материалов, обнимающих период с 1 I 1931 г. по 1 V 1932 г. При этой обработке главное внимание было обращено на характеристику зимнего термического режима Ангары и, в частности, на вопросы льдообразования.

Литература о зимнем термическом режиме Ангары невелика. Следует из нее особенно указать на наблюдения Шварца,[2] Обручева[3] и Возне-

[1] Г. Ю. Верещагин. Влияние Байкала на летний термический режим Ангары. ДАН - А, 1931, стр. 49—54.; Г. Ю. Верещагин. Материалы к познанию термического режима р. Ангары на участке от Байкала до Иркутска. Труды Байкальской лимнологической станции, т. III, 1932, стр. 55—270.

[2] Шварц. Образование льда на дне сибирских рек вообще и Ангары в особенности. Вести. РГО, 1857, ч. 21, стр. 77—92.

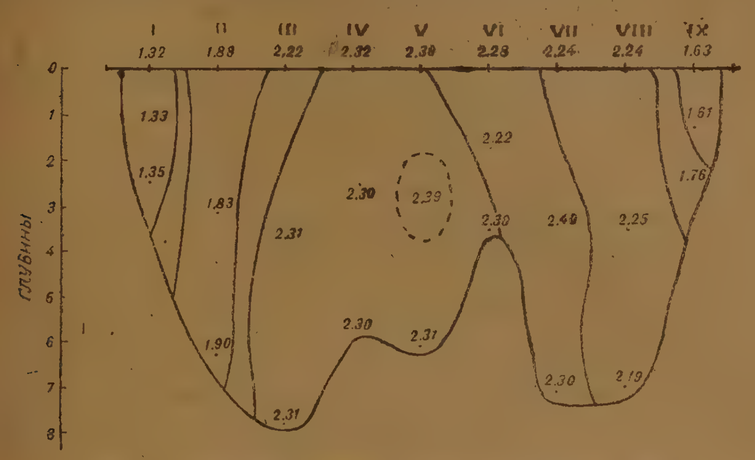
[3] В. А. Обручев. Наши сведения об образовании и свойствах ангарского и байкальского льда и необходимость новых исследований в этом отношении с попутными промерами Байкала. Изв. Вост.-Сибирского отд. РГО, 1892, ч. 23, № 4, стр. 1—41, с немец. рез., стр. 41—42.

сенского,[1] но как в этих работах, так и в некоторых работах (Шостакович, Концевич), касающихся термического режима Ангары, не обращено специального внимания на вопрос о тех естественных периодах, на которые мог бы быть разделен в высшей степени своеобразный термический режим истоков Ангары. При нашей обработке обращено центральное внимание именно на этот вопрос. Материалом для наших выводов послужили наблюдения, произведенные в 13 ч. на пяти профилях Ангары, на которых производились ежедневные наблюдения температур поверхности профиля в 20 точках в истоке Ангары, ниже Шаманского Камня (в 0.5 км от Байкала), у Подорвинского Быка (в 12 км от Байкала), у Тальцов (в 20 км от Байкала), на 37 км от Байкала и у Иркутска (в 71 км от Байкала). Кроме того, на профиле у Иркутска и в Истоке каждые 5 дней производились определения вертикального распределения температур на 9 точках профиля, и отдельные определения вертикального распределения производились на профиле Подорвинский Бык. Прежде чем перейти к установлению термических периодов, мы несколько остановимся на вертикальном распределении температур Ангары на профилях. Имеющаяся у нас для Иркутска серия наблюдений является единственной в своем роде для рек, самый факт наличия вертикального распределения температур на которых еще служил до сих пор предметом дискуссии. Имеющийся материал позволяет установить следующее: температуры воды в Ангаре, у Иркутска, по вертикали распределены в большинстве случаев неоднородно; различия температур поверхности и придонных слоев достигают наибольших величин возле берегов, где они доходят в отдельных наблюдениях до 2.16° (11 VII 31), на стрежневой же части, при глубине в 4.5 м, разность температур поверхности и придонных слоев достигала 1.15° (11 VI 31).

Характерным для вертикального распределения температур Ангары у Иркутска является еще то, что поверхностные слои воды стрежневой части профиля обычно по своим термическим особенностям бывают ближе к температуре Байкала, чем придонные слои воды, т. е. летом поверхность воды несколько холоднее, а поздней осенью — несколько теплее, чем придонные слои, что должно быть объяснено неполным вертикальным перемешиванием слоев при более быстром движении поверхностных вод, по сравнению с придонными. Как ясно из профилей на фиг. 1 и 2, взятых для весеннего и осеннего состояния реки, прогревание и охлаждение профиля идет от берегов, а стрежневая часть реки несет воды, по своей температуре

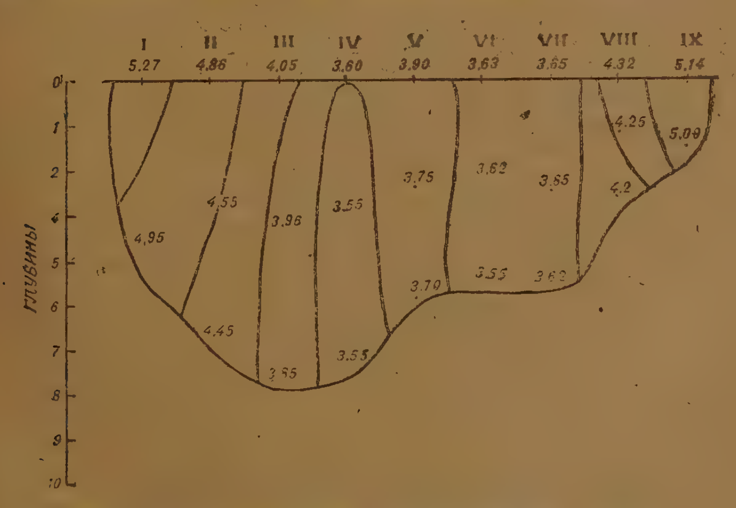
[1] А. В. Вознесенский. Некоторые наблюдения над зажорами Ангары. Изв. Ирк. гор. думы. 1908, стр 1—48.

наиболее близкие к байкальским, причем на всех профилях можно проследить струю наименее измененных в реке байкальских вод.



Фиг. 1. Температурный профиль Ангары у Иркутска 16 X 1931 г.

Термический режим Ангары, на ее участке от Байкала до Иркутска, а также, несомненно, и ниже по течению, зависит в значительной мере



Фиг. 2. Температурный профиль Ангары у Иркутска 1 VI 1931 г.

от термического состояния Байкала, а потому и самые термические периоды Ангары на этом участке должны быть охарактеризованы особенностями как самой Ангары, так и Байкала.

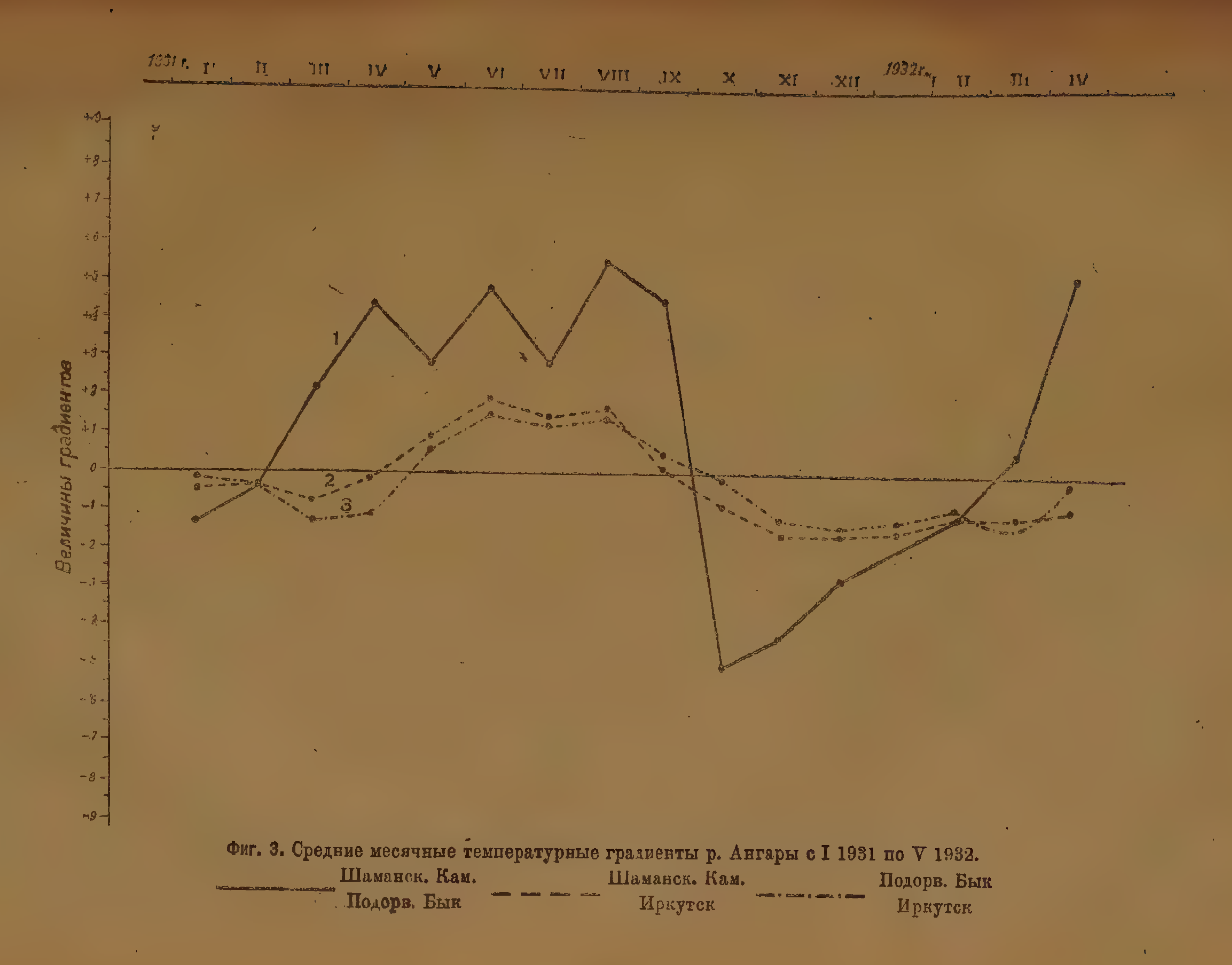
В основу деления на периоды нами положено два явления: прежде всего прогревание или охлаждение вод Ангары по мере их удаления от Байкала. Об этом процессе мы судим по так называемому температурному градиенту, т. е. разности температур крайних по течению сравниваемых точек Ангары, перечисленных на расстояние в 100 км. Ход этих градиентов в течение всего периода, выраженный в средних месячных цифрах для температур стрежня, 13 ч. дан на фиг. 3, где градиенты вычислены для всего участка Исток — Иркутск и отдельно для участков Исток—Подорвинский Бык и Подорвинский Бык—Иркутск. Второе явление, которое положено в основу деления на периоды — это характер температур тех вод, которые поступают из Байкала в Ангару: характер этих вод в значительной степени определяется наличием или отсутствием ледяного покрова на Байкале, так как наличие ледяного покрова устраняет влияние ветра как фактора, вызывающего резкие перемены в температурах вод, поступающих из Байкала в Ангару прямой или обратной в нем стратификации, т. е. в зависимости от этого температура вод, поступающих в Ангару при одинаковых ветрах, бывает различна.

На основании указанных критериев мы различаем в термическом режиме истоков Ангары шесть периодов: 1) поздне-осеннее охлаждение, 2) зимнее охлаждение, 3) зимнее прогревание, 4) весеннее прогревание, 5) летнее прогревание, 6) осеннее охлаждение.

Переходим к краткой характеристике отдельных термических периодов.

1. Поздне-осеннее охлаждение. Период начинается со времени установления в Байкале обратной термической стратификации и продолжается до установления ледяного покрова на Байкале в районе истоков Ангары. В 1930 г. этот период продолжался с 26 IX до 7 I 1931 г., а в 1931 г. с 2 XII по 19 I 1932 г. Этот период характеризуется отрицательными термическими градиентами стрежня Ангары.

Если в начале периода, когда температура Байкала на глубине в несколько сот метров близка к 4.0°, и температура вод, поступающих в Ангару из Байкала, меняется лишь в незначительных пределах, то к концу периода, когда поверхностные воды Байкала охлаждаются до температуры, близкой к 0.0° — температура вод, поступающих из Байкала в Ангару, может колебаться весьма значительно, в зависимости от направления и силы ветров в истоке Ангары, поднимаясь почти до 4.0° при северных и западных ветрах, содействующих подтягиванию Ангарою вод с больших глубин, и опускаясь до температур, близких к 0.0° при южных и восточных ветрах, нагоняющих в Ангару поверхностные воды Байкала.



Фиг. 3. Средние месячные температурные градиенты р. Ангары с I 1931 по V 1932.

Шаманск. Кам. / Подорв. Бык (———); Шаманск. Кам. / Иркутск (— — —); Подорв. Бык / Иркутск (—·—·—)

Влияние ветров на температуру вод, поступающих в этот период в Ангару, особенно ясно из ряда средних декадных температур истока Ангары за 1930 и 1931 гг., сопоставленных с температурой воздуха, с которой никакой зависимости не наблюдается.

В силу слабой инсоляции величина температурных градиентов в этот период тесно связана с температурой воздуха, но интенсивность охлаждения, тем не менее, при равных гидрометеорологических условиях будет различной в начале и в конце периода, о чем еще будет сказано ниже.

В течение всего периода температура воды у берегов Ангары ниже, чем в стрежневой части, но градиенты прибрежных вод наблюдаются иногда положительные, т. е. с удалением от Байкала температура у берегов увеличивается, что происходит, главным образом, благодаря перемешиванию прибрежных вод с водами на стрежне, имеющими значительно более высокие температуры.

	Год	Ноябрь	Декабрь			Январь	
		21—30	1—10	11—20	21—31	1—10	11—20
Температура поверхности воды на стрежне в истоке в 13 ч.	1930—31	3.98	3.54	3.43	3.03	0.14	0.40
	1931—32	4.39	4.00	3.77	1.73	2.59	1.76
Температура воздуха в истоке (ср. суточн.) . . .	1930—31	7.9	—5.6	—13.4	—11.0	—24.33	—11.47
	1931—32	—10.5	—13.4	—15.1	—10.0	—11.5	—10.1

В течение этого периода, при южных и восточных ветрах, нагоняющих в Ангару поверхностные, сильно охлажденные воды Байкала, при сравнительно небольших морозах может наступить переохлаждение воды в Ангаре и, как его следствие, образование донного льда.[1] При наличии

[1] Здесь следует, однако, подчеркнуть, что если для дестиллированной воды и нормального давления переохлаждение начинается с момента, когда температура воды делается ниже 0.000°, то для природных вод это не так, и в частности для Ангарской воды при ее минерализации, равной в среднем около 0.0697 г на л, температура замерзания равна не 0.000°, а около —0.004°, и это для поверхности воды. Далее, согласно опытам Thomson'a, с увеличением давления температура замерзания для воды понижается на каждую атмосферу давления на 0.00812°, т. е. на глубине 10 м Байкальская или Ангарская вода будут иметь температуру замерзания, равную —0.004 + (— 0.008) = — 0.012°, а на глубине 50 м на Байкале эта температура будет равна —0.045°. Об этих физических особенностях вод природных водоемов, к сожалению, обычно совершенно забывают, когда идет речь о донном льде и переохлаждении, и считают за переохлаждение всякую температуру ниже 0.000°, независимо от водоема и глубины места, тогда как на самом деле для каждой глубины и каждого водоема температура замерзания воды будет своя.

западных и северных ветров в истоках Ангары, даже при исключительно сильных морозах, переохлаждение воды может произойти до Иркутска лишь у самых берегов, и в силу этого донный лед не может образоваться в больших количествах: так, 9 XII 1931 г. при сильном северозападном ветре и средней суточной температуре воздуха в Иркутске — 31.0°, в истоке температура стрежня была равна 3.90°, а на профиле в Иркутске в этот день наблюдалось у берега переохлаждение до — 0.04, а на стрежне + 0.89°, между тем как 1 I 1931 г. после юговосточного ветра, при температуре воздуха в Иркутске в — 13.9°, в истоке температура стрежня была равна 0.35°, а в Иркутске на всем профиле реки наблюдалось переохлаждение воды.

Конец этого периода, когда воды поверхности Байкала охладились до температуры ниже 1.0°, является самым опасным в смысле мощного образования донного льда почти на всем протяжении изучаемого участка Ангары, причем интенсивность этого явления прежде всего зависит от направления и силы ветров, дующих в истоке Ангары, и лишь отчасти от прочих гидрометеорологических условий (температуры воздуха, облачности и т. д.). Характерно, что только в конце этого периода донный лед может образоваться, начиная от самого истока Ангары.

2. Период зимнего охлаждения. Период этот начинается со времени ледостава на Байкале до времени начала прогревания вод Ангары в незамерзающем ее участке. В 1931 г. этот период продолжался с 7 X по 23 II, а в 1932 г. — с 19 I по 26 II. Период характеризуется большим постоянством температур вод, поступающих из Байкала в Ангару, причем эти температуры постепенно возрастают к концу периода. Абсолютные величины этих температур, однако, от года к году различны, причем величина температур, повидимому, зависит во многом от направления и силы ветров, дувших в истоке Ангары непосредственно перед ледоставом. В 1931 и 1932 гг. температуры эти имели следующие значения.

	I	I	I	II	II	II
	1—10	11—20	21—31	1—10	11—20	21—29
1931 г.	0.14	0.40	0.33	0.24	0.28	0.36
1932 г.	2.59	1.76	1.03	0.68	0.67	0.72

В начале этого периода обычно происходит замерзание Ангары в районе Иркутска, причем постепенно кромка льда продвигается все ближе к истоку Ангары.

Величина отрицательных градиентов в 13 ч. в этот период лишь отчасти зависит от температур воздуха, так как в ясные дни прямая инсоляция на открытую поверхность воды значительно снижает степень охлаждения, несмотря даже на обычное в ясные дни понижение температур воздуха.

Донный лед образуется в течение рассматриваемого периода в незамерзающем участке Ангары почти ежедневно, но интенсивность этого процесса на определенном профиле, например Подорвинский Бык, весьма различна. Зависит это, прежде всего, от исходных температур тех вод, которые поступают из Байкала в Ангару, а затем также и от прочих гидрометеорологических условий. Благодаря более высоким температурам вод, поступающих из Байкала в Ангару в 1932 г., они на профиле Подорвинский Бык ни разу за всю зиму не охлаждались на всем профиле до температуры в 0.0° в 13 часов, а потому и льдообразование было гораздо менее интенсивно, чем в 1931 г., когда температура в 0.0° держалась на всем профиле в течение 14 дней. Меньшей интенсивности льдообразования в 1932 г. способствовали также и более высокие в 1932 г. температуры воздуха, державшиеся в течение этого периода.

В незамерзающем участке Ангары в период зимнего охлаждения имеется примыкающий к Байкалу участок, на котором переохлаждение может происходить лишь в узкой прибрежной полосе, а вся стрежневая часть никогда в течение суток не охлаждается до 0.0° — в этом участке образование донного льда на стрежне невозможно. Протяжение этого участка вниз по Ангаре зависит, прежде всего, от температур вод, поступающих в Ангару из Байкала в данном году и меняется от года к году; в 1931 г. граница этого участка проходила выше профиля Подорвинский Бык, в 1932 г. — ниже его.

Следующий участок незамерзающей части Ангары — тот, на всем профиле которого вода может охладиться до 0.0° и даже переохладиться; на нем донный лед может образовываться на всем профиле, что и наблюдалось в 1931 г. на профиле Подорвинский Бык. Этот участок примыкает в южной своей части к той части Ангары, которая уже покрыта ледяным покровом, и где донный лед может лишь скопляться, но уже не может образовываться, так как переохлаждение воды под ледяным покровом в сколько-нибудь значительной степени невозможно, и на этом участке, наоборот, наблюдается небольшое повышение температур, благодаря выделению тепла при льдообразовании.

3. Период зимнего прогревания. Этот период начинается, когда на незамерзающем участке Ангары начинается прогревание вод, посту-

пающих в нее из Байкала и кончается со вскрытием Байкала. В 1931 г. этот период продолжался с 23 I по 17 V, а в 1932 г. с 26 II по 7 V. Срок начала периода частью накладывается на предыдущий период, так как прогревание в отдельные дни заменяется снова охлаждением, а в 1932 г. в начале марта был даже целый ряд дней с резко выраженным охлаждением Ангары.

Характерными особенностями этого периода являются сравнительно постоянные, благодаря ледяному покрову на Байкале, температуры вод, поступающих в Ангару, повышающиеся в течение всего периода благодаря подледному прогреванию на Байкале. Далее, для всей первой половины периода является характерным, что температуры у берегов профилей остаются более низкими, чем на стрежне, что объясняется, по всей вероятности, с одной стороны, поглощением тепла при таянии прибрежных масс льда, с другой, охлаждающим влиянием прибрежных частей дна.

Начало периода связано с интенсивным отодвиганием ледяного покрова вниз по Ангаре, причем самое вскрытие происходит прежде всего на стрежневой части Ангары, где лед разрыхляется подмывающей его теплою водою.

Образование донного льда и сала в этот период наблюдалось лишь в дни отрицательных температурных градиентов, наблюденных в прибрежных частях в 13 час., причем льдообразование не достигает большой интенсивности. Последнее образование донного льда наблюдалось на профиле Подорвинский Бык в 1931 г. 23 III, а в 1932 г. 11 III, вскрытие же Ангары под Иркутском наблюдалось в эти годы 7—9 IV и 2 IV.

На всем участке Ангары, покрытом ледяным покровом, наблюдаются в течение всего периода отрицательные градиенты стрежня, т. е. вода Ангары во всей толще значительно охлаждается на участке, покрытом льдом (см. фиг. 3). Это явление происходит благодаря поглощению тепла интенсивно тающим при его подмывании водою ледяным покровом.

В продожение почти всего периода температура воздуха остается значительно ниже температуры воды, так что прогревание вод Ангары производится исключительно непосредственно влиянием инсоляции на открытую поверхность воды, причем это прогревание имеет место даже в случае, когда средняя суточная температура воздуха истока Ангары опускалась при ясном небе до — 30.1° (15 III 1931 г.), а температура воздуха в 13 часов, т. е. во время самого определения градиента, была — 14.6°, а 14 III в 13 часов градиент остается положительным при ясном небе и температуре воздуха в истоке Ангары в — 17.9°.

В этот период влияние инсоляции на термический режим Ангары сказывается особенно сильно.

4. Период весеннего прогревания. Этот период начинается со вскрытием Байкала и продолжается до появления в Байкале прямой термической стратификации. В 1931 г. период продолжался с 17 V по 15 VII. Характеризуется этот период исключительно большими положительными градиентами Ангары как на стрежне, так и в прибрежной части; температура у берега значительно выше температур на стрежне. Вследствие термического состояния Байкала, близкого к гомотермии, температуры вод, поступающих из Байкала в Ангару, колеблются в разные дни в пределах от 1.5 до 4.0°; величины градиентов более или менее зависят от величины разности температур воздуха и воды.

5. Период летнего прогревания. Он начинается со времени появления в Байкале прямой термической стратификации и кончается временем наступления охлаждения вод Ангары в 13 ч. по мере удаления от Байкала (отрицательные температурные градиенты). В 1930 г. этот период продолжался с 19 VII по 25 X; в 1931 г. — с 13 VII по 3 X. Характерным для этого периода являются сильные колебания температур вод, поступающих из Байкала в Ангару, которые в зависимости от направления и силы ветра в истоке Ангары и общего термического состояния Байкала могут колебаться от 13.0° до 3.90° на стрежне в истоке Ангары.[1]

Температура прибрежных частей значительно выше, чем температура стрежня, степень прогревания постепенно уменьшается к концу периода.

6. Период осеннего охлаждения. Этот период начинается со времени появления на стрежне Ангары отрицательных градиентов и продолжается впредь до наступления в Байкале обратной термической стратификации. В 1930 г. этот период продолжался с 25 X по 26 XI, в 1931 г. — с 3 X по 2 XII. Характерною его особенностью являются сильные колебания температур вод, поступающих из Байкала в Ангару, аналогичные тем, которые наблюдаются в предыдущем периоде. Далее характерно, что в начале периода, при отрицательных градиентах стрежня в прибрежной части Ангары, температура остается выше температур стрежня на декаду и больше. Явление это, по всей вероятности, объясняется тем, что берега и прибрежные части дна реки служат в этот период времени очагами прогревания реки, отдавая воде дополнительное количество тепла. Несмотря на то, что в этот период температура воздуха спускается очень низко,

[1] См. об этом подробнее: Г. Верещагин, loc. cit.

а именно в 1930 г. в Иркутске —21.0° (10 XI), а в 1931 г. там же до —24.6° (16 XI),[1] не только не наблюдалось ни разу образования донного льда, но даже температура воды на всем участке не опускалась до 0.0°, несмотря на то, что при морозе —24.8° 10 XI 1931 г.—средняя температура профиля в истоке Ангары опускалась до 4.52°, при температуре на стрежне в 4.68°.

Сопоставление случаев сильного охлаждения Ангары в течение этого периода с аналогичными случаями периода поздне-осеннего охлаждения показывает, что при равных температурах вод, поступающих из Байкала в Ангару, и при равных условиях температур воздуха, облачности и ветра—степень охлаждения воды в Ангаре (отрицательный градиент) будет тем больше, чем ближе к зиме приходится день наблюдения. Эта зависимость, имеющая большое значение для установления условий, необходимых для появления переохлаждения в Ангаре, показывает, что чем ближе к зиме, тем меньше тепла получает река как со стороны инсоляции, так и со стороны дна и берега, которые препятствовали сильному охлаждению вод Ангары в течение периода осеннего охлаждения.

Возвращаясь в заключение еще раз к условиям образования на изучаемом участке Ангары донного льда и сала (игольчатые кристаллы льда, образующиеся в поверхностной пленке воды), мы должны сказать, что в результате произведенных наблюдений мы приходим к заключению, что сало может образоваться при низких температурах воздуха в самой поверхностной пленке воды, охлажденной и переохлажденной как на Байкале, так и в Ангаре при сильных морозах, тогда как измерения обычными родниковыми термометрами температуры поверхности воды показывают несколько десятых долей градуса выше нуля. Образующееся в поверхностной пленке Ангары сало содействует охлаждению всей массы воды, так как вовлекаемые в толщу воды течением кристаллы льда поглощают при таянии в более теплой воде значительное количество тепла. Что же касается ледовых масс, образующихся на дне (донный лед), то прежде всего в сроках его образования наблюдается ясно выраженная периодичность в течение суток, которая ясна из следующей таблички, показывающей число дней из общего числа 36 в течение периода зимнего охлаждения Ангары в 1931 г., когда наблюдалась в разное время дня различная интенсивность на профиле Подорвинский Бык так называемой «шуги», т. е. ледовых масс, состоящих, главным образом, из смеси поднявшегося со дна донного льда и поверхност-

[1] Средние суточные величины у берега Ангары.

ного сала. Из таблички видно, что в 7 час. утра преобладает состояние, когда вся ширина реки была занята шугой, в 13 час.—24 дня из 36 шуга шла лишь у берегов, наконец в 21 час. — в 20 случаях из 36 река была вовсе свободна от шуги.

	7 час.	13 час.	21 час.
Шуга занимает всю ширину реки	22	4	5
Шуга идет возле берегов	14	24	11
Шуга отсутствует	0	8	20

Благодаря прекращению влияния инсоляции в ночное время, охлаждение воды радиацией и контактом с холодным воздухом в ночные часы происходит особенно интенсивно, и несомненно, что отрицательные градиенты бывают особенно велики именно ночью, а наблюдающиеся среди дня положительные градиенты ночью заменяются отрицательными.

Из этого следует, что образование как донного льда, так и сала бывает особенно интенсивно в ночные часы; в дневные часы на профиле Подървинский Бык образование донного льда бывает сравнительно редко, а в большинстве случаев отмеченные скопления льда в дневные часы при положительных температурах воды являются лишь остатками постепенно исчезающих к концу дня ледовых масс.

Наконец, мы считаем необходимым подчеркнуть, что из числа факторов, которые влияют на образование донного льда, ни в коем случае нельзя отбросить влияние берега и дна. В течение всего осеннего времени влияние их отрицательно в том смысле, что они являются источниками, препятствующими переохлаждению вод у берегов. Однако, в конце периода поздне-осеннего охлаждения, в период зимнего охлаждения и прогревания — берег оказывает на примыкающую к нему полосу дна охлаждающее влияние, а потому в это время охлаждение воды у берегов до отрицательных температур происходит не без участия самого берега.

Более подробное изучение влияния берега на термический режим Ангары, и в частности на образование донного льда, станция производит в настоящее время.

1 VI 1932
Ленинград

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
Classe des sciences mathématiques et naturelles
Отделение математических и естественных наук

КИСЛОТНОСТЬ ПОЧВ КАК ФИТОПЕДОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКТОР

А. И. ПОТАПОВА

(Представлено академиком А. А. Рихтером)

Предисловие

Вопрос о взаимоотношениях растения и почвы, изучению которого посвящена данная работа, имеет особенно важное значение в применении его к культуре многолетних растений.

Здесь мы раз на всегда, на много лет вперед, предопределяем обязательность тех или иных взаимных отношений растения с почвой. Поэтому автору казалось, что основным, отправным пунктом исследования следует взять рассмотрение вопроса о смене и движении лесных ассоциаций. Если мы видим в данный момент сосновый лес на каком-либо участке, а рядом с ним березовую рощу, то таковое распределение являлось ли постоянным, или это лишь один момент из длинного ряда постоянно сменяющихся растительных обитателей данного участка?

Растительность меняется вместе со сменой климата.

Не отрицая значения внешних факторов, автор, однако, главное свое внимание обратил на изучение внутренних факторов, лежащих в основе взаимоотношений растительности и почвы, т. е. меняется ли растительность данного участка в условиях неизменности климата и других внешних факторов.

Другая предпосылка, требовавшая своего разрешения, вытекает из мнения, что почвы создаются под влиянием многих факторов, среди которых упоминается и растительность.

Представим себе, что этот последний фактор выпал. Создадут ли все остальные факторы почву? Нет. Продуктом их работы будет лишь минеральный скелет почвы, годный для поселения лишь для редких исключений из растительных организмов.

Почва становится почвой лишь с момента, когда этот минеральный скелет начинает подвергаться воздействию первого растительного обитателя на ней.

Поэтому мы вправе сказать, что единственный почвообразующий фактор — это растительность. Все же остальные внешние факторы лишь путем воздействия на растительность могут отражаться косвенно на направлении почвообразующих процессов.

Исключительное богатство и разнообразие растительных ассоциаций есть причина разнообразия почв как продуктов их жизнедеятельности прижизненной и посмертной.

Если к определенным почвам приурочена определенная растительность, то последняя не есть продукт этих почв, но сама почва есть продукт определенной растительности.

Поэтому мы главное свое внимание обратили на изучение внутренних факторов, обусловливающих взаимоотношение данной растительности с данной почвой, рассматривая почву как результат вечно сменяющихся биологических факторов, наслаивающихся один на другой.

Эта смена факторов должна привести к соответствующему наслоению и в том горизонте почвы, который создан под воздействием этих факторов.

Генетическое почвоведение, рассматривая почвенные горизонты как результат возникающего в них химизма, не учитывает биологическую индивидуальность горизонтов, когда они образовались воздействием различных растительных ассоциаций.

Кроме того, расчленение почвенного профиля на горизонты лишь по морфологическим и отчасти химическим признакам совершенно исключает возможность разнородности различных слоев одного и того же горизонта, происшедшей в результате смены растительности, принимавшей участие в его создании.

Если мы путем определения пыльцы, находимой на различных глубинах разреза торфяника, определяем характер растительности, окружавшей его, то гумусовый горизонт почвы представляет собой такое же исторически сложившееся образование, лишь более измененное химическими процессами, чем торфяное образование.

И в гумусовом горизонте мы вправе ожидать палеонтологических остатков, по которым можно было бы восстановить историю его образования.

Остановившись на кислотности почвы как на показателе взаимоотношений растений и почвы, автор установил как современные, так и «ископаемые» формы ее.

В общем же автор предпринял попытку внести в одностороннее морфологическое и химическое изучение почв некоторые поправки, можно пожалуй сказать, «физиологического» характера.

Смена лесных ассоциаций

Вкратце сообщим некоторые данные по этому вопросу, имеющему для нас характер отправного пункта в дальнейших исследованиях.

В. Сукачев находит, что большинство березовых, осиновых и сосновых ассоциаций не являются коренными, а лишь временными.

После пожаров они сменяются елью, а после уничтожения ели снова появляется или непосредственно сосна, или сначала береза, а потом сосна.

В. Доктуровский установил, что нигде березовые, лиственничноосиновоберезовые ассоциации не имеют какой-либо особой свойственной им травяной растительности. Это, большею частью, смесь представителей сосновых, еловых, луговых и пр. ассоциаций, что говорит о временном, переходном характере их.

Г. Боровиков нашел, что в Енисейской губ. область древней тайги (кедр—пихта—ель) под влиянием пожаров почти полностью сменилась областью сосновых лесов.

Последовательность этой смены автор рисует следующим образом: после пожара, когда погибает все вплоть до травяного и мохового покрова, появляются сначала осина и береза, потом лиственница и сосна. Затем сосна вытесняет все породы, остаются отдельные лиственницы, березы и осины.

В этот момент снова появляются представители тайги: пихта, кедр, ель и т. д.

В более северных районах Енисейской губ. роль сосны выполняет лиственница.

На более влажных местах сосна не принимает участия в этой смене. Там появляющиеся после пожара береза и осина сменяются непосредственно елью и пихтой.

И. Крашенинников, рассматривая историю ландшафтов Южного Урала, упоминает о смене лиственнично-сосновых лесов новыми пришельцами — елью и пихтой.

М. Ильин считает березу и осину первыми поселяющимися на гарях. Осина появляется на более влажных почвах, а на более сухих — береза. Потом под покровом березы появляется ель, а под покровом осины — пихта.

При пожарах пихтовые площади снова покрываются осиной, а еловые — березой.

С. Ганешин нашел, что по гарям первыми поселяются береза и осина и что коренные и таежные ассоциации из ели, пихты и кедра сменяются лиственницей, сосной, березой и осиной, причем последние встречаются на самых разнообразных почвах.

А. Криштофович, описывая ассоциации, известные под названием «суборей», т. е. смешанного леса таежного типа (кедр, пихта, ель) со значительной примесью старых (150—200 л.) сосен, осины и березы, находит, что здесь имеется налицо процесс восстановления после старых пожаров коренных таежных ассоциаций, т. е. смена сосны кедром, пихтой и елью. Иногда березняки и др. «гаревые» ассоциации переходят не в «субори», а в смешанные сосноволиственничные леса или — на песках — в чистые сосновые.

Н. Кузнецов пишет, что лиственницу можно найти во всех типах лесов, включая сосновые боры и таежные пихтокедровые ассоциации. Автор находит, что боры вытесняются тайгой при помощи лиственницы, превращающейся потом в лиственничноеловую с кедром ассоциацию.

Г. Боровиков считает лиственницу менее всех чувствительной к процессу заболачивания и к характеру почв вообще. Лиственница первая захватывает гари, потом кедр и ель вытесняют, но не совсем, лиственницу, которая в этих случаях составляет первый ярус.

Б. Клопотов считает осиновоберезовые ассоциации первыми на гарях, вторыми — пихтоберезовоосиновые и завершающие эту эволюцию — пихтокедровые.

П. Томсон на основании анализа пыльцы 16 озерных и болотных профилей установил смену лесов за весь послеледниковый период Эстонии.

Автор различает следующие периоды:

I. Субарктический. Господствует береза, встречается еще сосна и ивы. Ель отсутствует.

II. Бореальный период. Господствует сосна вместо березы, последняя доминирует лишь на очень плодородных почвах, но общее количество ее меньше сосны. Ель отсутствует.

III. Атлантический период. Широколиственные леса господствуют (ильм, липа, дуб). Появляется ель.

IV. Суббореальный период. Широколиственные леса отступают. Ель достигает своего первого максимума распространения.

V. Субатлантический период. Широколиственные леса исчезают. Ель окончательно завладевает страной.

В заключение автор замечает, что в самых верхних слоях ель снова отступает, и сосна с березой играют снова бо́льшую роль.

Если мы сопоставим эту последовательность смены лесных ассоциаций (береза — сосна — ель — береза...), захватывающую тысячелетия жизни лесов Эстонии с вышеприведенными данными русских ботаников о смене ассоциаций после сравнительно недавних пожаров в сибирских лесах (береза — лиственница — сосна — ель — береза,) то невольно является мысль о родственности этих двух различных по масштабу времени и места процессов.

Смена лесных ассоциаций происходит в определенной последовательности. Участившиеся с появлением человека лесные пожары лишь ускоряют темп смены лесных ассоциаций, но не нарушают последовательности их появления.

Внешние факторы, определяющие распределение и смену лесных ассоциаций

Ганешин находит, что пихтарники располагаются на хребтах с сильно оподзоленной, но не заболоченной почвой, в нижних частях склонов более заболоченных — кедр и ель.

Береза, осина и ива располагаются независимо от характера почвы.

Сосна занимает более сухие водоразделы, а лиственница — склоны. Лиственница более светолюбива, чем сосна.

Ильин считает кедр наиболее выносливым к влажности почвы, за ним следует пихта, потом ель.

Клопотов главными факторами, определяющими распределение лесной растительности, считает влажность и рельеф, но не почву.

Сукачев находит, что экспозиция склонов не оказывает влияния на распределение лесной растительности.

C. Corson, J. Allison и E. Cheyney нашли, что ни топография, ни температура воздуха и почвы, ни влажность и испарение последней, не находятся в какой бы то ни было закономерной связи с определенными типами лесов.

Лишь по отношению к механическому составу почв авторам удалось установить, что определенные виды встречаются на песчаных, суглинистых и глинистых почвах.

J. A. Larsen и F. L. Core рассматривают смену растительности после пожаров вне зависимости от характера окружающих условий.

A. P. Kelley нашел, что определенные группы растений приурочены к определенным группам почв.

М. Короткий говорит, что сосна выбирает более экспонированные и ближайшие к степным участкам склоны (нижние части южных склонов).

Криштофович нашел, что «субори» расположены на более суглинистых и мощных почвах.

Carlos G. Bates, изучив потребность в воде, в инсоляции, количестве тепла и некоторые другие физиологические признаки американских видов сосны, ели и др. хвойных растений, хотя и нашел существенные различия, но недостаточно рельефные, чтобы можно было установить твердую закономерность в распределении растительности соответственно этим признакам.

За последние годы многочисленные работы указывают на концентрацию водородных ионов как на один из факторов, определяющих ареалы распространения растительных ассоциаций.

Но и здесь согласие исследователей далеко не полностью обеспечено.

Так Ольсен отрицает связь актуальной реакции почвы с характером лесных ассоциаций, признавая наличие таковой связи лишь для травянистой растительности. В буковых и сосновых лесах Дании он нашел широкие колебания pH от 3.5 до 7.9.

К. Глинка в почвах из под смешанного елового и соснового леса находил, наоборот, очень однообразную реакцию pH 5.1—5.3.

Евгения Дояренко в лесах б. Вологодской губ. СССР, несмотря на разнообразие лесных ассоциаций, нашла везде pH 5.0.

A. P. Kelley признает, что почвенная кислотность есть один из экологических факторов, но не единственный, так как одна и та же растительность часто встречается на почвах различных типов.

E. Christophersen, изучая высокогорную область северовосточной Норвегии, нашел, что каждая растительная ассоциация ограничена в своем распространении определенными и близкими между собой размерами pH. Колебание последней внутри одной растительной ассоциации не превышает по данным автора 0.1—1.0.

A. Berkman нашел, что некоторые виды древесной растительности Техаса приурочены к определенным размерам pH.

B. Henrickson, при испытании более 200 образцов девственных почв того же Техаса, нашел для верхнего горизонта совершенно одинаковую реакцию.

В. Дробов находит, что распределение растительности в степях Азии зависит не только от одного pH, но также от механического состава почвы, ее влажности и проч.

Таким образом, для древесной растительности имеется достаточно фактических данных, как для утверждения присутствия связи ее с определенными размерами pH, так и для отрицания этой связи.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В результате изучения литературы рассматриваемого нами вопроса мы установили, что, несмотря на многочисленные работы, произведенные в этом направлении, мы можем считать доказанным лишь одно положение, что смена лесных ассоциаций происходит в определенном порядке.

Однако не удалось установить причин, лежащих в основе этой последовательности и тем более не удалось связать характера изменения растительности с характером изменения почв.

Так как автору не известно ни одной работы, которая рассматривала бы все формы кислотности почвы в связи с лесными ассоциациями, то он и решил определить в многочисленных образцах лесных почв Восточной Сибири не только концентрацию водородных ионов, но и обменную и гидролитическую кислотность.

В этих последних формах автор надеялся найти разрешение интересующего вопроса, так как они являются более чуткими к происходящим в почве изменениям, чем pH.

Гидролитическая кислотность есть наиболее слабая форма общей кислотности почвы. Там, где обменная кислотность почти не обнаруживается, там всегда имеются заметные количества гидролитической ее формы.

Где начинается ухудшение состояния почвы, оно отражается прежде всего на увеличении гидролитической кислотности.

Более сильная форма — обменная кислотность — возникает в почве с большим трудом. При неизменности обменной кислотности, повышение гидролитической говорит, что процесс подкисления почвы находится еще в первой стадии своего развития.

В условиях энергичного и длительного воздействия подкисляющего фактора можно ожидать нарастания как гидролитической, так и обменной кислотности при заметном отставании величин последней.

Следовательно, в различных соотношениях этих величин мы можем видеть различные степени возрастания кислотности почвы.

Придерживаясь того же положения, что гидролитическая форма кислотности есть наиболее слабая форма ее, мы должны признать, что обратный

процесс уменьшения кислотности почвы также должен скорее всего отразиться на гидролитической форме ее и изменить соотношение этих форм в обратную сторону, т. е. при неизменности обменной кислотности происходит уменьшение гидролитической.

В условиях стабильности физико-химических процессов в почве соотношения величин этих форм кислотности могут быть более или менее постоянными.

Все эти соображения и легли в основу экспериментального изучения автором характера воздействия различных лесных ассоциаций на почву.

Динамика обменной и гидролитической формы кислотности почвы

На Иркутской опытной станции заложен опыт по известкованию почвы на фоне различных доз навозного удобрения. Автор воспользовался этим опытом для разрешения интересующего его вопроса о динамике почвенной кислотности. Взятые образцы почв были обработаны обычным методом, и результаты определения приводятся в таблице 1.

Размеры гидролитической кислотности подтверждают прежде высказанное нами положение, что гидролитическая кислотность в почве появляется первой и что в основе ее лежит характер органического вещества.

Средняя величина гидролитической кислотности на всех навозных участках идет везде выше таковой же, соответствующей безнавозным участкам. И пропорционально увеличению внесенного одновременно количества извести идет уменьшение гидролитической кислотности.

Так как этот опыт протекал лишь один год, то мы в нем имеем экспериментальное доказательство большой подвижности гидролитической формы кислотности как в сторону усиления, так и уменьшения ее количества.

Обращая внимание на размеры обменной кислотности, мы должны отметить, что ее изменения могут быть замечены лишь на безнавозном участке. Там же, где внесено органическое вещество и вместе с ним гидролитическая кислотность, обменная кислотность остается неизменной даже при воздействии значительных доз извести.

Следовательно, при наличии органического вещества все процессы, ведущие к увеличению или уменьшению кислотности почвы, прежде всего отражаются на гидролитической форме кислотности, при неизменности размеров обменной кислотности.

Таблица 1

Кислотность иркутских почв, удобренных известью и навозом

№№ по порядку	Навозное удобрение	Известкование на га	pH	Обменн. кислотн. 1 титр × 3	Гидрол. кислотн. 1 титр × 3	Гидрол. кислотн. в % к контрольн.
1	Без навоза	0 ц	6.2	4.5	90.0	100.0
2	» »	10 »	6.2	2.25	60.0	66.6
3	» »	30 »	6.3	0.945	55.5	61.5
4	» »	60 »	6.4	0.945	34.5	38.5
5	» »	90 »	6.4	0.75	33.0	36.6
6	Навоза 450 ц на га	0 »	6.2	1.5	67.5	100.0
7		10 »	6.3	1.5	76.5	113.0
8		30 »	6.4	1.5	54.0	80.0
9		60 »	6.6	2.25	18.75	28.0
10		90 »	6.6	2.25	18.0	28.0
11	Навоза 800 ц на га	0 »	6.2	1.5	58.5	100.0
12		10 »	6.2	1.5	57.0	98.0
13		30 »	6.2	1.5	51.0	87.0
14		60 »	6.2	0.75	33.0	56.0
15		90 »	6.6	1.5	18.0	31.0
16	Навоза 1200 ц на га	0 »	6.4	1.875	56.25	100.0
17		10 »	6.3	0.75	47.25	84.0
18		30 »	6.4	1.5	50.25	88.0
19		60 »	6.4	0.75	37.5	66.0
20		90 »	6.4	1.5	40.5	70.0

Эта предпосылка позволяет нам ставить не только диагнозы, но и прогнозы состояния почвы и растительности, что мы и попытаемся сделать в дальнейшем.

Методы определения кислотности почвы

Навеска в 100 г воздушносухой почвы взбалтывалась в Вагнеровском аппарате в течение часа с 250 см^3 7.5% хлористого калия. Раствор отфильтровывался и титровался 0.1N едким натром.

Особая навеска в 100 г при таких же условиях обрабатывалась 13.5% раствором уксуснокислого натра.

Данные везде выражены в куб. см 0.1N NaOH, потребовавшихся для нейтрализации полученных растворов из 100 г почвы.

Вторичных обработок почвы или помножения на какой-либо коэффициент не производилось. Следовательно, цифры действительных размеров кислотности выше 3—3.5 раза, как это установили Kappen и Daikuhara.

Концентрация водородных ионов определялась в вытяжке раствором хлористого калия и, следовательно, отражает в себе не только свободные ионы, но и поглощенные почвенным комплексом, вытесняемые в данном случае ионом калия.

Кислотность вытяжки, определяемая титрованием раствора KCl, мы называем «обменной» кислотностью, а раствора уксуснокислого натра — «гидролитической» кислотностью.

Концентрация водородных ионов определялась колориметрически по Михаэлису.

Образцы почв были взяты в горнотаежном районе северовосточного и южного побережья оз. Байкала на общем протяжении около 500 км.

Размеры pH, обменной и гидролитической кислотности в почвах из-под различных лесных ассоциаций

Результаты произведенного нами изучения кислотности почв в связи с обитающими на них ассоциациями выражены в таблицах 2 и 3.

Анализ почв

Таблица 2

I. Постоянные формы фитопедологических взаимоотношений

№№ образцов	Наименование лесной ассоциации	pH	Обменн. кислотн.[1]	Гидрол. кислотн.[1]	Гориз.	Примечание
23	Пихта, кедр	3.4	26.0	220.0	A	
29	» »	3.6	88.4	154.7	»	
21	» »	3.6	10.1	147.5	»	
22	» »	3.9	54.2	107.5	»	

[1] Везде обменная и гидролитическая кислотность выражена в куб. см на 100 грамм почвы и является результатом первого титрования без умножения на коэффициент.

(Продолжение)

№№ образцов	Наименование лесной ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Гориз.	Примечание
13	Пихта, кедр . . .	3.9	26.5	253.5	»	
17	» »	3.9	21.1	109.7	»	
121	» »	3.7	18.5	345.0	»	
115	» »	0.4	26.6	116.5	»	
116	» »	3.8	12.5	223.5	»	
35	» »	3.7	32.0	160.2	»	
105	» »	3.9	31.5	145.2	»	
	Среднее . .	3.8	31.0	180.0	A	
23	Пихта, кедр	4.6	10.6	32.3	B	
105	» »	4.3	31.5	70.0	»	
119	» »	4.1	58.0	93.7	»	
29	» »	4.1	48.8	70.0	»	
	Среднее . . .	4.3	35.0	66.0	B	
1	Кедр, лиственница .	4.1	32.0	136.0	A	
3	» » .	4.0	19.1	98.0	»	
61	» » .	4.1	60.0	192.0	»	
62	» »	4.2	43.2	115.5	»	
4	» » .	3.9	26.0	89.0	»	
	Среднее . . .	4.1	36.0	126.0	A	
1	Кедр, лиственница .	4.2	14.0	44.0	B	
3	» » .	3.8	37.0	55.7	»	
4	» » .	3.8	34.0	62.0	»	

(Продолжение)

№№ образцов	Наименование лесной ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Гориз.	Примечание
61	Кедр, лиственница .	4.0	77.2	108.0	B	
62	» » .	4.1	36.5	88.0	»	
	Среднее . . .	4.0	39.7	71.5	B	
[redacted]	Пихта	4.3	16.5	44.0	A	
68	»	4.2	12.0	179.0	»	
112	»	4.5	6.0	175.0	»	
	Среднее . . .	4.3	11.5	130.0	A	
46	Пихта	4.8	5.5	22.0	B	
[redacted]	»	4.9	1.5	60.2	»	
112	»	4.6	23.2	69.2	»	
	Среднее . . .	4.8	10.0	50.5	B	
24	Кедр	4.4	16.7	39.5	A	
25	»	4.2	12.7	75.7	»	
[redacted]	»	4.4	8.0	116.7	»	
102	»	4.6	4.5	176.0	»	
103	»	4.9	1.7	92.5	»	
104	»	4.3	5.7	145.5	»	с березой
124	»	4.2	15.7	293.0	»	с пихтой
127	»	4.2	51.2	127.0	»	с A°
[redacted]	«	4.8	3.5	93.5	»	
	Среднее . . .	4.4	12.5	128.8	A	

(Продолжение)

№№ образцов	Наименование лесной ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Гориз.	Примечание
127	Кедр	4.6	15.7	51.5	B	
49	»	4.3	12.0	34.0	»	
25	»	4.6	8.2	31.7	»	
	Среднее . . .	4.5	12.0	39.0	B	
52	Береза	5.5	2.0	91.0	A	
53	»	5.1	1.2	93.0	»	
136	»	6.0	1.7	80.0	»	
45	»	5.9	1.0	85.0	»	
	Среднее . . .	5.6	1.5	87.0	A	
45	Береза	5.4	1.7	25.5	B	
52	»	5.4	7.5	38.5	»	
53	»	5.4	9.5	37.5	»	
	Среднее . . .	5.4	6.2	33.8	B	
75	Осина	6.6	0.2	1.38	A	Тенистый осинник
76	»	6.3	0.4	11.8	»	
134	»	6.1	0.8	61.0	»	
1133	»	5.1	1.5	67.5	»	Молодой осинник
	Среднее . . .	6.1	0.7	35.0	A	
134	Осина	6.6	10.0	32.5	B	
75	»	6.7	1.0	3.7	»	Тенистый осинник
76	»	6.5	1.0	7.0	»	
	Среднее . . .	6.6	4.0	14.4	B	

(Продолжение)

№№ образцов	Наименование лесной ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Гориз.	Примечание
57	Сосна, лиственница .	6.2	0.4	30.4	A	
58	» » .	6.2	0.7	51.7	»	
82	» » .	6.4	0.3	19.2	»	
26	» » .	6.3	0.5	32.7	»	
32	» » .	6.3	0.5	30.9	»	
	Среднее	6.3	0.5	33.0	A	
128	Тополь	6.6	2.0	26.5	A	
128	»	6.5	0.75	4.7	B	
77	Лиственница — сосна.	6.7	0.5	11.0	A	
79	» »	6.6	1.5	12.0	»	
	Среднее . . .	6.6	1.0	11.5	A	
77	Лиственница — сосна.	6.4	0.75	6.75	B	
78	» »	6.7	1.0	5.5	»	
	Среднее . .	6.6	0.8	6.1	B	
55	Сосна	6.7	1.5	6.5		
55	Сосна	6.4	1.0	17.5	B	
57	»	6.3	2.5	10.5	»	
	Среднее . . .	6.4	1.7	14.0	B	
	Всего 70 анализов					

Таблица 8

II. Переходные формы фитопедологических взаимоотношений

№№ образцов	Ассоциация	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Гориз.	Примечание
31	Сосна — лиственница.	5.2	6.5	37.5	A	Старая гарь
73	» »	5.0	0.2	13.7	»	Редколесье
71	» »	5.8	0.9	70.5	»	Подлес из кедра и сосны
83	» »	4.5	4.5	119.0	»	Западина (82)
78	Лиственница — сосна.	6.5	0.5	90.0	»	Западина (77)
81	Лиственница — береза	6.2	1.1	87.0	»	
74	» »	5.4	9.0	129.2	»	
70	» »	3.8	46.6	133.5	»	Молодой лес
66	Лиственница — кедр .	5.4	2.0	56.0	»	с A°
60	» »	4.6	4.0	90.0	»	
50	» »	4.3	33.0	68.7	»	с пихтой
51	» »	6.0	1.2	64.5	»	
51	» »	4.2	29.2	51.5	B	
19	Кедр — тополь . . .	4.0	18.5	117.2	A	
19	» » . . .	4.9	2.5	18.2	B	
20	» » . . .	4.4	10.0	24.3	A	
20	» » . . .	4.3	31.2	67.2	B	
130	Тополь — кедр и пихта	5.4	6.0	258.0	A	
647	Кедр — пихта . . .	6.1	2.0	116.0	»	с березой
	Всего 19 анализов					

Рассмотрение полученных данных позволяет нам сделать общий вывод о том, что каждая лесная ассоциация находится в строго определенных отношениях с почвой, находящейся под нею.

Эти отношения взаимны, т. е. нельзя представить себе лишь использование лесными ассоциациями почвенных типов и разностей, созданных

под влиянием геологических, климатических и др. причин не биологического порядка.

Почва под определенной растительной ассоциацией есть прямой результат жизнедеятельности последней, есть сумма многовекового воздействия ее на материнский минеральный субстрат.

С понятием о «лесной почве» генетическое почвоведение обычно связывает только подзолообразовательный процесс, что далеко не соответствует найденному нами разнообразию физико-химического состояния почв из-под различных ассоциаций.

Каждая лесная ассоциация имеет свое специфическое воздействие на почву и создает свой тип ее. Поэтому мы находим необходимым ввести понятие, в котором отражался бы не только тот или иной тип почвы, но и характер растительности ее создавшей.

Это будут «фитопедологические классы», в состав которых входят определенные группы ассоциаций. Каждый фитопедологический класс, равно и группы его составляющие, имеют свои классовые показатели (см. табл. 4.)

Таблица 4

Фитопедологическая система

№№ по порядку	Ассоциация	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Классовые показатели кислотности			Класс
		1	2	3	1	2	3	
1	Пихта — кедр прогр. ф.	3.6	18.0	238.0	—	—	—	
2	Пихта — кедр. регр. ф.	3.8	42.0	132.0	3.7	30.0	185.0	I
3	Кедр — лиственница	4.1	36.0	126.0	4.1	36.0	126.0	II
4	Пихта	4.3	11.5	130.0	—	—	—	
5	Кедр	4.4	12.5	128.0	4.3	12.0	129.0	III
6	Береза	5.6	1.5	87.0	—	—	—	
7	Осина	6.1	0.7	35.0	—	—	—	
8	Сосна — лиственница	6.3	0.5	33.0	5.6—6.6	1.1	11.0—87.0	IV
9	Тополь	6.6	2.0	26.5	—	—	—	
10	Лиственница — сосна	6.6	1.0	11.5	—	—	—	
11	Сосна	6.7	1.5	6.5	6.7	1.5	6.5	V

Уверенность в том, что основания, которыми мы руководствовались, предлагая введение фитопетодологической системы, правильны, окрепла в нас особенно после того, как мы, составив только что приведенную таблицу, применили ее для анализа некоторых явлений.

Среди изученных нами образцов почв были такие, которые не укладывались в установленные нами рамки, и когда мы применили к ним фитопедологический анализ, то расхождения в показателях кислотности получили принципиальное объяснение.

Смена ассоциаций и фитопедологическая система

Сопоставляя нашу фитопедологическую систему с литературным очерком, рисующим последовательность смены лесных ассоциаций, нельзя не видеть хорошей между ними согласованности.

Все географы в процессе смены лесных ассоциаций упоминают о сосне, березе и осине, как о первых поселенцах на пожарищах, почвенных обнажениях, вообще как о породах пионерах.

А кедр, пихту, ель все признают породами, заканчивающими процесс смены лесных ассоциаций.

И если мы взглянем на предлагаемую нами таблицу фитопедологической системы, то классовые показатели кислотности этих групп лесных ассоциаций располагаются в таблице также на крайних точках ряда.

В свете фитопедологической системы для нас ясен упоминаемый ботаниками-географами факт чрезвычайной выносливости лиственницы, которая встречается вместе с представителями как первых, так и последних ступеней в процессе смены лесных пород.

В нашей таблице мы также видим лиственницу в сочетании с сосной, произрастающей на нейтральных почвах с pH = 6.6 и с кедром, обитающим на сильно кислых почвах с pH = 4.1.

Характерно, что некоторые авторы, указывая на осину и березу как на первые породы, появляющиеся после лесных пожаров, упоминают, что после них появляется сначала лиственница, а потом уже сосна.

Обращаясь к нашей системе, мы видим, что лиственница действительно связывает собой класс, в котором находится береза и осина, с классом чистой сосны.

Исходя из той мысли, что характер лесной ассоциации определяет размеры кислотности почвы и что при постепенной смене одной ассоциации другою должны изменяться соответственно и размеры кислотности, мы

попытались установить, на основании анализов горизонтов В, направление этого процесса в его прошлом.

В свете высказанных положений рассмотрим несколько образцов почв.

№№ образцов	Ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Примечание
82	Сосна—листвен.	6.4	0.3	19.2	На склоне
83	Сосна—листвен.	4.5	4.5	119.0	Понижение

Образец 83 взят с того же места, что и образец 82, но только на понижении. Большая влажность и замшелость места взятия образца привела к увеличению кислотности.

Если мы применим свою фитопедологическую систему, то образец № 82 принадлежит к IV классу ее, в то же время как № 83 по размерам гидролитической кислотности может быть причислен к III классу, но обменная кислотность его, выйдя из пределов своего IV класса, однако, далеко еще не приблизилась к размерам класса III.

Такое состояние можно обозначить как IV—III, т. е., как переходное в сторону повышения кислотности под местным влиянием понижения рельефа и не первой стадии процесса. Это будут внеклассовые почвы фитопедологической системы.

Проанализируем еще несколько образцов.

№№ обр.	Ассоциация	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Примечание
71	Сосна—листвен.	5.8	0.9	70.5	
124	Кедр	4.2	15.7	293.0	

Образец 71 по характеру ассоциации должен бы быть причислен в 8 группе IV класса, и обменная его кислотность действительно соответствует показателям этой группы.

Но гидролитическая кислотность значительно выше и примерно соответствует 6 группе.

Очевидно здесь имеется первая стадия изменения характера почвы — состояние IV,8—IV,6, т. е. усиление кислотности, начавшееся с увеличения гидролитической формы ее.

Образец 124 по характеру ассоциации должен быть в III классе нашей фитопедологической системы, но гидролитическая кислотность этого образца значительно выше.

Справившись в дневнике, мы находим в нем замечание «примесь пихты». Хотя пихта находится в таком же III классе, но, так как в соче-

тании с кедром, она образует высшую форму кислотности I класса, то это состояние взаимоотношений данной ассоциации с почвой можно обозначить III—I.

Принимая во внимание почти полное совпадение размеров pH и обменной кислотности с III классом, следует признать, что здесь налицо лишь начальная стадия процесса, не отразившаяся еще на обменной кислотности.

Интересный пример прогрессирующей степени кислотности почвы представляет сравнение двух образцов почв, приведенное в следующей таблице:

№№ образ.	Характер ассоциации	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.
128	Тополь	6.6	2.0	26.5
130	Тополь с кедром и пихтой	5.4	6.0	258.0

Здесь столкнулись крайние представители фитопедологического ряда лесных ассоциаций, и тем резче выявился характер воздействия кедро-пихтовой ассоциации, на почти нейтральные почвы тополевой ассоциации: при чрезвычайно ничтожном повышении обменной кислотности образца № 130 резкое повышение гидролитической, сравнительно с образцом № 128.

Фитопедологическое обозначение состояния образца № 130 будет IV—I.

Все эти примеры — образцы прогрессивных, т. е. нарастающих форм кислотности почв.

К регрессивным формам мы должны бы отнести всю группу ассоциаций «кедр—лиственница», так как здесь мы видим при наличии обменной кислотности, присущей высшему классу, гидролитическую кислотность класса низшего.

Всю эту группу правильнее было бы рассматривать не как самостоятельный класс, а как межклассовую группу, играющую роль в регрессии кислотности почвы, дошедшей до высших пределов.

Дальнейшее прогрессирующее увеличение кислотности стало невозможным в виду достижения биологического, а может быть и физико-химического предела, и лиственница создает обратный процесс. Что эта фаза есть начальная степень «раскисления» видно из того, что обменная кислотность не утратила размеров своего исходного класса I, в то время как гидролитическая понизилась до размеров III класса. Динамически эту группу можно обозначить как I—III.

Ближайшее рассмотрение цифр, полученных нами для кедропихтовой ассоциации, особенно когда они были изображены графически, привело нас к одному весьма любопытному наблюдению.

Как в нашей первой работе по изучению кислотности таежных почв, так и в громадном большинстве полученных данных настоящей работы, мы видели всегда явно выраженный параллелизм в размерах обменной и гидролитической кислотности.

Именно, если расположить почвенные образцы в произвольный ряд, то при повышении от одного из них к другому обменной кислотности повышалась и гидролитическая, при понижении одной — понижалась и другая.

Но когда то же самое было проделано нами с цифрами, полученными для кедропихтовой ассоциации, то картина получилась диаметрально противоположная.

Расположенные в ряды почти все без исключения образцы почв кедропихтовой ассоциации при повышении обменной кислотности дали понижение гидролитической и наоборот.

Это чрезвычайно любопытное явление побудило нас подсчитать данные о размерах кислотности отдельно для тех образцов, где доминирует обменная и отдельно для тех, где доминирует гидролитическая кислотность.

Кислотность почв кедропихтовой ассоциации

I класс	pH	Обмен. кислотн.	Гидрол. кислотн.
Прогрессивная форма . .	3.6	18.0	238.0
Регрессивная » . .	3.8	42.0	132.0

Здесь отчетливо выявились два направления в динамике кислотности I класса: прогрессирующее и регрессирующее.

При наивысшей обменной кислотности (42.0) понижение гидролитической до размеров II класса (132.0) говорит о регрессии.

А повышенные размеры кислотности гидролитической (238.0) в другой группе образцов говорят об обратном процессе прогрессирующего нарастания кислотности, судя по обменной кислотности, еще не достигшего высшего предела.

Таким образом, процесс обратного раскисления под кедропихтовой ассоциацией имеет место как при участии лиственницы, так и без нее внутри той же кедропихтовой ассоциации.

Вероятнее всего регрессия кислотности как здесь, так и в других случаях означает начало старения данной лесной ассоциации, достигшей предельных условий своего роста.

Цикличность фитопедологических взаимоотношений

Возвращаясь к литературным данным, изложенным нами в начале своей статьи, мы остановимся на одном факте, на наш взгляд имеющем серьезное значение в деле установления принципов эволюции растительных ассоциаций.

Боровиков указывает, что когда пожар уничтожает кедро-пихтово-еловый лес со всем моховым и травяным покровом, то через известный промежуток времени он снова появляется, но через посредство промежуточных ассоциаций.

Сначала, как правило, появляется береза, но дальнейшая смена идет по двум направлениям: или непосредственно за березой поселяются снова кедр — пихта — ель, или береза сначала сменяется сосною, после которой идет возвращение первоначальной тайги.

Иначе говоря, смена ассоциаций происходит по малому и по большому кругу.

Выражая ту же мысль применительно к развиваемой нами теории, береза может создать такие размеры кислотности почвы, которые соответствуют биологическим требованиям кедра — пихты и ели лишь в особо благоприятных условиях влажности почвы.

В менее благоприятных условиях она доводит реакцию почвы до известных пределов, которые, однако, не достигают минимума, потребного ассоциации I класса. Этот процесс заканчивает сосна.

Но здесь перед нами стоит следующий вопрос: ведь смена березы сосною в фитопедологической системе есть процесс не приближения, а удаления от того состояния реакции почвы, которая соответствует классу кедра — пихты.

Здесь мы считаем необходимым высказать несколько критических замечаний по поводу установившихся взглядов, что известная растительная ассоциация во всех своих возрастах предъявляет одни и те же требования к почвенным условиям.

Этому противоречит уже тот факт, что такие ассоциации, как кедр, ель, во взрослом состоянии выносящие исключителено высокие размеры кислотности почвы, возобновляются под покровом сосновых и березовых ассоциаций, имеющих близкую к нейтральной реакцию почвы.

Мы думаем, что реакция почвы после длительного пребывания на ней определенной ассоциации есть конечный предельный результат воздействия ее на почву.

Это есть крайние условия, которые может выносить данная ассоциация, а отнюдь не оптимальные.

Поэтому общеупотребительные выражения, что такая то ассоциация «предпочитает» такие то почвы, требуют весьма серьезной поправки; в большинстве случаев было бы правильнее сказать, что такая то ассоциация «выдерживает» такие то почвенные условия.

С этой точки зрения мы должны считать, что ель — пихта и кедр возобновляются на нейтральной реакции почвы, смещая ее с возрастом до сильно кислой, а сосна поселяется на кислых почвах, смещая эту реакцию до нейтральной.

Поэтому высшие точки в сторону подщелачивания для сосны и подкисления для кедра и пихты, отмеченные нами в фитопедологической системе, не следует понимать как оптимальные реакции для их «роста», а как предел щелочности для «пребывания» сосны и предел кислотности для «пребывания» кедра и пихты.

Оптимум «роста» их в буквальном смысле этого слова лежит у сосны в первом классе кедра и пихты, а у кедра и пихты — в V классе сосны, что вполне соответствует вышеописанной последовательности смены этих ассоциаций.

Сукачев говорит, что береза, дуб и, вероятно, большинство широколиственных пород, как правило, не возобновляются под своим пологом.

Если бы условия роста были оптимальные там, где находится ассоциация, то упомянутое явление противоречило бы самому себе. Но оно делается ясным, если признать высказанное выше наше мнение.

В подтверждение высказанного взгляда мы можем привести данные В. Кузнецова, который изучал искусственные посадки сосны в Западной Сибири на почвах черноземных, солонцах и подзолах. Им найдено, что на солонце и на слабо оподзоленном черноземе посадки сосны погибли совершенно.

Наилучший рост сосны отмечен автором на подзоле (выс. 7.3 м), затем на черноземе (выс. 5.6 м) и наиболее угнетенный рост на солонце (выс. 3.4 м).

Масса древесного ствола сосны с солонца почти в семь раз меньше массы древесного ствола с подзола.

Имея в виду нейтральность и насыщенность основаниями почв, на которых обычно встречается взрослая сосна, мы должны были бы ожидать обратного явления, если бы признали постоянство реакции почвы под определенной ассоциацией во всех ее возрастах.

Следовательно, сосна начинает свое существование на почвах ненасыщенных, на почвах кислых, в процессе своей жизни смещая ее в сторону нейтральности.

Г. Морозов по поводу смены дубовой ассоциации елью говорит, что подстилка из еловой хвои образует кислый гумус, а из дубовых листьев — мягкий гумус. А так как дуб, повидимому, не возобновляется под своим покровом, а только под покровом ели, то здесь мы имеем аналогичный пример смены двух пород, принадлежащих к крайним классам фитопедологической системы.

Различные породы имеют различную амплитуду и направление в процессе смещения реакции. Такие породы, как лиственница и, вероятно, пихта и кедр могут служить примерами широкой амплитуды, а береза — узких пределов кислотности, в которых возможно их существование. Мы приводим пример, как тополь (IV кл.) непосредственно сменяется кедром и пихтой (I кл.).

Следовательно, смещение реакции почвы может быть произведено взаимно двумя породами или последовательной сменой нескольких пород, т. е., как мы говорили, по малому и по большому кругу.

В различных требованиях, предъявляемых молодыми и взрослыми растениями к характеру почвы, лежит, по нашему убеждению, разгадка многих явлений из жизни леса, в частности взаимного замещения двух пород при смене лесных ассоциаций.

Одна из них отложением растительных остатков готовит почву для роста молодых особей другой породы, которая, в свою очередь, достигая господствующего положения, создает необходимые почвенные условия для возобновления первой породы.

Фитопедологическая система циклична и биологически хорошо уравновешена.

Лесная подстилка и гумус и их роль в процессе возобновления леса

Понятие о гумусе принадлежит к разряду таких понятий, о которых надолго условились не спрашивать объяснений.

Но за последнее время имеются, однако, явные намерения проникнуть в глубь строения этого таинственного черного вещества почвы и лишить его права экстерриториальности в науке.

В нашу задачу не входит рассмотрение в полном объеме этого весьма сложного вопроса. Мы лишь для иллюстрации приведем характерные из высказанных теорий последнего времени.

На первом месте стоит теория S. Waksman, который по праву употребляет слово гумус не иначе, как в кавычках.

Своими планомерными работами в области изучения процессов разложения различных растительных остатков S. Waksman доказал, что в состав так называемого гумуса не входит никаких специфических «гумусовых» веществ, а он состоит из обыкновенной клетчатки, лигнина, бактериальных тел и проч. весьма обычных компонентов.

В сотрудничестве с другими авторами Waksman нашел, что быстрота и характер разложения растительных остатков и, следовательно, гумуса зависит прежде всего от природы растения и его возраста.

А. Проневич, изучая кислотность лесных подстилок, дал следующие размеры ее для отдельных представителей лесных пород.

Кислотность хвои и листьев

Тип леса	pH	
	Гор. A	Гор. B
Picea excelsa	4.3	4.6
Pinus silvestris	5.1	5.6
Betula pubescens	5.7	6.0
Acer platanoides	6.1	6.3
Tilia cordata	6.1	6.3
Alnus incana	6.4	6.6
Populus tremula	7.0	—

Мы в своей работе пользовались не чистой хвоей или листьями, а реальной лесной подстилкой, собранной одновременно и с тех же почв, которые мы изучали, поэтому у нас получились значительные колебания в размерах кислотности подстилок отдельных ассоциаций.

Однако, и из наших данных видно, что характер лесной подстилки различных ассоциаций — различен, следовательно различен и дальнейший ход разложения подстилки вместе с конечным эффектом этого процесса.

Следует отметить, что в то время как обменная кислотность лесной подстилки и горизонта A можно сказать равны, гидролитическая кислотность лесной подстилки значительно превышает таковую же лежащего под ней горизонта A.

Таблица 5

Кислотность горизонта A° лесных почв

№№ образцов	Характер леса	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.
15	Пихта — кедр, чистая пихта и чистый кедр	3.7	49.2	253.3
14	То же	3.4	73.0	509.3
35	»	4.1	15.5	201.5
126	»	5.7	3.0	146.0
117	»	4.8	27.0	280.0
18	»	4.7	16.5	275.0
8	»	3.8	14.0	375.0
17	»	5.0	4.0	169.0
47	»	4.1	14.3	144.7
125	»	4.7	5.0	220.0
21	»	6.4	14.0	276.0
22	»	5.9	14.0	276.0
29	»	3.8	30.5	356.0
	Гор. A° среднее	4.6	21.0	265.0
	Гор. A среднее	4.1	18.0	146.0

Следовательно, главный агент, при помощи которого лесная подстилка воздействует на направление почвообразовательного процесса, есть создаваемая ею гидролитическая кислотность. Это находится в соответствии с упомянутым выше влиянием органического вещества навоза на почву.

Сравнивая размеры обменной и гидролитической кислотности горизонтов A° и A, согласно высказанной нами фитопедологической теории, мы должны признать здесь наличие суммарной для данных образцов прогрессирующей степени кислотности.

Таблица 6

Кислотность горизонта A°

№№ образцов	Характер леса	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.
75	Осина	6.2	2.0	14.0
54	»	6.5	3.5	55.0
128	Тополь, ива	6.7	2.0	26.5

Кислотность лесных подстилок осины и тополя находится в соответствии с характером воздействия их на почву и местом, занимаемым этими ассоциациями в нашей фитопедологической системе.

Таблица 7

Кислотность горизонта A°

№№ образцов	Характер леса	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.
65	Сосново-листвен.	6.7	1.0	46.2
79	» »	6.6	1.5	12.0
74	Листвен.-березов.	5.4	9.0	129.0
50	Листвен.-кедров.	3.2	20.0	457.0

Мы нарочно выделили в эту особую таблицу различные ассоциации, одним из составных членов имеющие лиственницу.

Это одно из интереснейших в смысле фитопедологическом растений. Оно связано с почвами, имеющими колебания pH от 3.2 до 6.7, а колебания гидролитической кислотности от 12.0 до 457.0.

Такое исключительное безразличное отношение к реакции почвы позволяет лиственнице присутствовать во всех лесных ассоциациях, играя роль, вероятно, фитопедологического «буфера».

T. Dunnewald в своих работах установил, что не только характер лесной подстилки влияет на свойства почвы, но и последняя может изменять химический состав и реакцию подстилки.

Так хвоя кедра (Spruce), выросшего на кислой почве, имела pH = 5.8 и 6.0, а та же хвоя с кедра на основной почве дала pH = 6.4 и 7.5.

Такая же зависимость установлена цитируемым автором и для хвои сосны.

Рассмотрев вопрос о воздействии A° на A, мы тем самым вызываем новый вопрос о соответствующем воздействии гор. A на B.

Всякие перемены, происшедшие в характере надземной растительности, должны отразиться, путем последовательного воздействия, на всех горизонтах.

И, может быть, нижележащие горизонты могут сказать нам более о прошлом состоянии растительности на их поверхности, чем только что образованные верхние горизонты.

Рассматривая горизонт B как «палеонтологическое» образование, попытаемся применить эту точку зрения к имеющимся у нас данным.

№№ образцов	Горизонты	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Ассоциация
51	A	6.0	1.2	64.5	Лиственница — кедр
51	B	4.2	29.2	51.5	Кедр

Эволюция почвообразовательного процесса этого образца и характер участия в нем лесных ассоциаций представляется нам в следующем виде.

В прошлом (см. гор. B) эта почва принадлежала к более высшему фитопедологическому классу, чем о том говорит гор. A.

Обменная кислотность гор. B — конечно более древнего по происхождению, чем гор. A — равна показателю кедропихтовой ассоциации, т. е. I классу, в то же время гидролитическая кислотность опустилась до IV класса.

Факт такого расхождения говорит за происходящее здесь наступление ассоциации, имеющей более низкие показатели кислотности. И как всегда гидролитическая кислотность первая пошла на понижение.

Что касается гор. A, то он может быть причислен к IV фитопедологическому классу по размерам своих фитопедологических показателей.

Следовательно, здесь мы имеем закончившийся процесс наступления лиственницы на господствовавший ранее кедр, о чем свидетельствуют сравнительные данные о состоянии форм кислотности гор. A и B.

Произведем еще несколько раскопок с палеонтологической целью.

№№ образцов	Горизонты	pH	Обменн. кислотн.	Гидрол. кислотн.	Ассоциация
19	A	4.0	18.5	117.2	Кедр — тополь
19	B	4.9	2.5	18.2	» »
20	A	4.4	10.0	24.3	» »
20	B	4.3	31.2	67.2	» »

Образец 19 в гор. В имеет явное доказательство, что в прошлом здесь был тополь, так как все показатели кислотности этого горизонта близки к нормальным показателям IV класса.

Но гор. А этого образца в своих показателях уже находится в данный момент в III классе, свидетельствуя о почти оконченном наступлении кедра на тополь. Это состояние можно обозначить IV — III.

Образец 20 дает пример обратного явления. Здесь гор. В обнаружил большую кислотность, чем гор. А, его обменная кислотность — I класса, но значительно пониженная против нормы I класса кислотность гидролитическая свидетельствует о начавшемся регрессивном движении ее.

Рассмотрение гор. А, где обменная кислотность III класса, а гидролитическая — IV класса, подтверждает этот диагноз, так как и здесь понижение против нормы своего класса размеров гидролитической кислотности говорит о начавшемся переходе из класса III в IV.

Иначе говоря, фитопедологические показатели обоих горизонтов свидетельствуют о наступлении тополя на кедр. Это будет фаза III – IV.

Эти образцы интересны особенно потому, что при наличии одной и той же ассоциации представляют противоположные направления динамики кислотности по горизонтам.

И если бы цифры кислотности этих образцов рассматривать с описательной точки зрения, то они свидетельствовали бы лишь о совершенно беспорядочном распределении всех форм кислотности по горизонтам даже при наличии одной и той же ассоциации.

Лишь физиологический подход к фактам обеспечил нам понимание происходящих в данных образцах процессов, дал возможность определить стадию, на которой остановилось их развитие в данный момент, и даже предсказать будущее направление.

Физиология почвенных процессов

Изучение почв с физиологической точки зрения привело нас к необходимости внести некоторые поправки в понимание процессов образования горизонтов.

Почвенные горизонты классического русского почвоведения слишком мертвы для автора, как физиолога.

Разобранные выше примеры говорят нам о том, что почвенные горизонты есть живые, индивидуально очерченные биологические образования, борющиеся за свое существование, погибающие и снова возрождающиеся. Следы этих процессов остаются в них как палеонтологические отпечатки.

Если педология изучает горизонты как морфологические образования, то физиология почвы должна изучать биогоризонты, т. е. горизонты, сохранившие в себе еще характер растительности, их образовавшей.

Жизнь почвы, ее историю и взаимоотношения с растительностью, смерть и возрождение — вот, что мы будем искать в биогоризонтах почвы.

Материнская порода, по номенклатуре морфологов почвоведов гор. Д, для физиолога лежит не в глубине почвенного разреза, а на самой поверхности его. Это будет то, что в почвоведении обозначается A°. Его характер определяет характер дальнейших изменений в нижних горизонтах, т. е. их физиологию.

Поэтому самая разнообразная почва может быть основой самых разнообразных лесов, но физико-химическое состояние биогоризонтов находится в строгом соответствии с определенной растительностью, создающей A°.

Автор дал примерную схему фитопедологической классификации, в которой растение и почва объединены в определенные классы, каждому классу даны определенные показатели для средних нормальных состояний взаимоотношения растения и почвы.

Даны примеры динамичности фитопедологических процессов и методы определения момента или фазы, в каковую вступил этот процесс и его направления.

Но в данном случае автор использовал лишь немногие признаки почвы. По мере применения физиологического метода к другим почвенным признакам будет расширяться и наше понимание происходящих в почве физиологических процессов.

Поэтому, если вопросы физиологии почвы привлекут к себе такое же внимание, которое имеют вопросы морфологии ее, то автор, как физиолог, будет считать настоящую работу достигшей своей цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аскинази Д. Формы кислотности и емкость поглощения почв в связи с их известкованием и фосфоритованием. Тр. научн. инст. по удобр. М., 1926.

2. Боровиков Г. Восточное Заангарье Енисейской губ. Изд. Перес. упр. СПб., 1910.

3. —— Растительность Западного Заангарья Изд. Перес. управ. СПб., 1911.

4. Благовещенский А., Соседов Н., Тощевикова А. К вопросу о взаимоотношениях между активными реакциями почвы и растения. Бюлл. Средн. Азиат. унив., № 14, Ташкент, 1926.

5. Ганешин С. Растительность Ангаро-Ишимского края Иркутск. губ. Изд. Перес. упр. СПб., 1911.

6. Глинка К. Д. Кислотность почв подстоличного района. Зап. Ленингр. с.-х. инст., т. II, 1926.

7. Гаазе О. и Завалишин А. К вопросу о влиянии почвенной кислотности на распределение высших растений. Зап. Лен. с.-х. инст., т. II, 1925.

8. Гедройц К. Учение о поглотительной способности почв. М., 1929.

9. Доктуровский В. Растительность Тырминско-Буреинского района и Амурской области вообще. Тр. Почв.-бот. эксп. Пер. упр., в. 3, 1909.

10. Дояренко Е. Реакция почвы в лесах, болотах и лугах. Научн. Агр. журн., № 9, 1926

11. Дробов В. Материалы к познанию растительности песчаных пустынь Средн. Азии. Очерки по фитосоциологии и фитогеографии. М., 1929.

12. Казаков Е. И. К вопросу о кислотности и степени насыщенности болотных почв. Тр. Лен. мелиор. ст., в. 5, 1930.

13. Кузнецов Н. Растительность Лено-Киренского края Иркутской губ. Изд. Перес. упр. СПб., 1911.

14. Клопотов Б. Кузнецкий уезд Томской губ. Изд. Перес. упр. СПб., 1910.

15. Кузнецов З. И. Сосновые культуры в условиях солонцового комплекса. Тр. Сибир. инст. с.-хоз., т. X, в. 1—6, Омск, 1928.

16. Крылов П. Тайга с'естественноисторической точки зрения. Бот. геогр. сб. Л., 1925.

17. Крашенинников И. Из истории развития ландшафтов Южного Урала, Л., 1927.

18. Криштофович А. Растительность Ока-Ангарского края Ирк. губ. Изд. Перес. упр. СПб., 1911.

19. Короткий М. Степные явления в Баргузинской тайге. Пгр., 1916.

20. Морозов Г. Ф. Учение о лесе. 1924.

21. Потапов А. И. Кислотность таежных почв. Ирк., 1928.

22. Проневич А. П. Зависимость кислотности лесных подстилок от их ботанического состава и степени разложенности и связь ее с характером почвообразования. Изв. Инст. опыт. агрон., т. VI, № 3—4, 1928.

23. Сукачев В. Растительные сообщества. 1928.

24. —— Краткое руководство к исследованию типов лесов. М., 1927.

25. Томсон П. К. Изменение в составе лесов Эстонии в послеледниковом периоде. Очерки по фитосоциол. и фитогеогр. 1929.

26. Федченко В. и Некрасова В. Ботаникогеографический сборник. Л., 1925.

1. Bates C. G. Physiological Requirments of Rocky Mountain Trees. Journ. of Agr. Res., v. XXIV, № 82, 1923.

2. Berkman, A. H. The pH Value of Some Texas soils and its relation to the incidence of certian woody plant Species. Soil Science, v. XXV, № 2, 1928.

3. Corson, C. W., Allison, J. H. and Cheyney, E. G. Factors controlling Forest types on Cloquet Forest. Minn. Ecology, v. X, № 1, 1929.

4. Core, E. L. Plant Ecology of Spruce Mountain, West Virginia. Ecology, v. X, № 1, 1929.

5. Christophersen, E. Soil reaction and plant distribution in the Silene National Park. Norway, 1925. Ref. Exp. St. R., v. 55, № 6, 1926.

6. Henrickson, B. H. Soil Acidity in relation to soil type groups in Nacogdaches Country, Texas. Soil Science, v. 18, № 5, 1924.

7. Kelley, A. P. Plant indicators of soil types. Soil Sience, v. XIII, № 6, 1922.

8. Kappen, H. Über die aziditätsformen des Bodens und ihre pflanzenphysiologische Bedeutung. Die Landw. Vers. St. B. XCVI, H. V u. VI, 1920.

9. Kelley, A. P. Soil Acidity as ecological factor. Soil Science, v. XVI, № 1, 1923.

10. Larsen, J. A. Natural Reproduction after forest fires in Northern Idaho. Jour. of Agric. Res., v. XXX, № 12. 1925.

11. Larsen, J. A. Fires and Forest Succession in the Bitterroot Mountains of Northern Idaho. Ecology, v. 10, № 1, 1929.

12. Liesegang, H. und Kappen, H. Weitere Untersuchungen zur Austauschazidität der Mineralboden. Die Landw. Vers. St. B. XCIX, H. IV u. V, 1922.

13. Salisbury, E. J. The Soils of Blackney Point: A Study of soil reaction as succession in relation to the plant covering. Annals of Botany, v. XXXVI, № CXLIII, 1922.

14. Skutch, A. F. Eearly Stages of Plant Succession following Forest. Ecology, v. X, № 2, 1929.

15. Waksman, S. A. and Tenney, F. G. Composition of natural organic materials. Soil Science, XXIV, № 5, 1927, and XXVI, № 2, 1928.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles

Отделение математических и естественных наук

К АЗОТИСТОМУ ОБМЕНУ АЛКАЛОИДНЫХ РАСТЕНИЙ

К. Т. СУХОРУКОВА и Н. А. БОРОДУЛИНОЙ

(*Представлено академиком* А. А. Рихтером)

К физиологии алкалоидных растений в последнее время начинает проявляться интерес; появляется ряд новых работ, направленных на выяснение генетической связи алкалоидов с пластическими азотистыми веществами, на роль алкалоидов в жизни растения. Результаты исследований, обычно, приводят к выводам, несогласным между собой и часто противоположным. Геккель[1] связывает процесс образования алкалоидов с процессами образования белка и рассматривает алкалоиды как продукт пластического характера; к такому же взгляду на пластичность алкалоидов приходит Гедемер,[2] считая, что алкалоиды могут энзиматически расщепляться и азотистые продукты расщепления итти на синтез белка; имеется ряд указаний на распад алкалоидов в условиях автолиза — Босгарт и Бергольд[3] в убитых морозом листьях *Datura Stramonium*, Смирнов[4] в листьях табака при «ферментации», Сухоруков[5] при автолизе семян дурмана.

На ряду с мнениями и фактами о динамичности алкалоидов имеются взгляды на алкалоиды как на бесполезные экскреты, продукты жизненного метаболизма растений,[6] увеличивающиеся при усилении азотистого питания.[7]

Своеобразная теория об образовании алкалоидов развита Благовещенским[8] в его статье об эволюции живого вещества; Благовещенский считает, что процесс эволюции приводит живую плазму к «дряхлению»,

1 Heckel. C. R., 1890.

2 По Haas a. Hill «An introduction into the chemistry of plant products», vol. I, London, 1921 г.

3 Boshart und Bergold. Heil-und Gewerbepflanzen, April, 1926.

4 Смирнов. Выпуск 39 Гос. инст. табаковед., Краснодар, 1927.

5 Сухоруков. Журн. оп. агр. юго-вост., VI, 1928.

6 Pictet. C. R., 1, 1916.

7 Иванов и Лаврова. Тр. прикл. бот., ген. и селекц. т. XXV, 1930—1931.

8 Благовещенский. Изв. Ср.-Азиатск. унив., 1926.

вместе с этим синтетическая способность плазмы падает и падает своеобразно — плазма начинает продуцировать кольчатые соединения, обладающие сниженной свободной энергией, и вместо азотистых соединений с открытой цепью образуются гетероциклы, звенья алкалоидной молекулы.

Установившегося мнения на процесс образования алкалоидов и их роль в растительном организме в растительной физиологии мы не имеем; между тем, практические требования и роль технических растений в экономике Союза заставляют быстро искать путей рационализации их культуры.

Под этим основным углом зрения нами и была проделана работа, результаты которой сведены в этой статье.

В качестве опытных растений мы взяли местный колючий дурман (*Datura Stramonium* L.) и мексиканский (*D. meteloides* D. C.). Эти дурманы хорошо мирятся с условиями произрастания в Нижне-Волжском крае, дают хороший урожай с высоким содержанием алкалоидов и из числа алкалоидных растений по Нижнему Поволжью представляются наиболее ценными.

Растения культивировались во дворе университета на открытых площадках; почва — южный чернозем, со слабо щелочной реакцией (pH = 7.2); удобрений и полива не производилось; растения развивались нормально, несмотря на сухое и жаркое лето (1931). Часть материала в свежем виде получена с плантаций Зональной станции лекарственных и ароматических растений.

Наша основная задача сводилась к выяснению биохимических соотношений между процессами образования и расходования признанных пластических продуктов, с одной стороны, и синтезом и распадом алкалоидов, с другой, т. е. ставила себе целью разобрать основные вопросы из углеродистого и азотистого питания алкалоидного растения.

Углеродистое питание и накопление алкалоидов

Зависимость между накоплением углеводов в ассимиляционных тканях и накоплением в них алкалоидов у алкалоидных растений подозревалась давно различными исследователями. Так, Фельдгаус[1] в своей докторской диссертации по исследованию *Datura Stramonium* приводит результаты опытов по затенению листьев дурмана и учета в них атропина; трехдневное затенение не дало снижения содержания алкалоидов в листьях. Стульников,[2]

[1] J. Feldhaus. Quantitative Untersuchung der Verteilung des Alkaloides in den Organen von *Datura Stramonium*. Dissertation. Marburg, 1903.

[2] Стульников. Изв. Сарат. общ. естествоисп., т. I, вып. 1, 1927.

анализируя листья белладонны с затенённых и незатененных растений нашел, что затенение (не указывается степень затенения) снижает содержание атропина почти вдвое. Совершенно противоположные результаты получены Любименко[1] — полная затененность вызывала резкое повышение содержания алкалоидов в листьях белладонны.

Мы не будем подробно останавливаться на разборе фактов, приводимых указанными исследователями; основной недоучет этих исследований, как нам кажется, заключается в отсутствии физиологического анализа и синтеза фактов; формально снимается растение с светового довольствия, но еще вопрос — голодает ли растение углеродно, и как сказывается это на других обменах, в частности, на азотистом.

Нам кажется, что до известной степени правы исследователи в своих противоречиях во взглядах на связь между углеродистым питанием и образованием алкалоидов, и в изложении своего материала мы постараемся это показать.

К динамике углеродного питания мы подошли с нескольких сторон — 1) устранения возможностей накопления углеводов в тканях, 2) искусственного обогащения тканей углеводами и 3) комбинированного питания тканей углеводами и азотистыми соединениями.

Для устранения ассимиляции углекислоты мы прибегли к полному затенению листьев; для этого на листья растущего дурмана были надеты колпаки из плотной бумаги, и в таком положении листья были выдержаны 5 суток (с 7 по 12 VIII). Этиоляции не было, листья оставались зелеными и свежими; правда, при внимательном просмотре можно было заметить у затененных листьев более бледную окраску. Собранные листья подвергались быстрому высушиванию и анализу.

Остановимся на вопросе подготовки материала к анализу. Собранные листья раскладывались тонким слоем в эмалированных ванночках и прогревались в течение 30 минут в нагретом до 90° сушильном шкафу; убитые листья переносились в другой сушильный шкаф (употребляющийся для сушки энзиматических препаратов) с температурой 40° и быстро досушивались в токе воздуха. Высушенные листья измельчались на лабораторной мельнице до прохождения целиком через сито с диаметром отверстий в 0.5 мм (перемалывание производилось несколько раз). Измельченный материал оставлялся в открытых бумажных пакетах в темном шкафу на несколько дней для перехода в воздушно-сухое состояние, и после этого

[1] Любименко, Гинзбург и Шмайонок. Труд. Укр. інст. прик. бот., т. I, 1930.

брались навески для анализа. Метод определения алкалоидов был взят весовой (кремне-вольфрамовый) Бертрана и Жавилье, подробно описанный в работе одного из авторов;[1] учет углеводов по схеме проф. Кизеля[2] с заменой метода Бертрана методом Иссекутца (по технической необходимости); определение белков произведено по Барнштейну, с предварительным удалением алкалоидов смесью крепкого спирта и ледяной уксусной кислоты.

Возвратимся к результатам исследования материала, собранного в связи с затенением. Анализ на углеводы дал следующие результаты:

(Пересчет на сухой вес)

	В процентах			
	Восстан. сахара	Невосстан. сахара	Крахмал	Сумма исслед. углев.
Листья затененные	6.05	0.00	0.91	6.96
Контроль	13.60	0.00	1.58	15.18

Затенение листьев дурмана привело к резкому снижению содержания углеводов — до 45.9 % сравнительно с контролем. Учет атропина дал такие результаты:

Незатененные листья содержали 0.209 % атропина
Затененные » » 0.477 % »

Затененные листья показали превышение на 128.2 %

Таким образом, при нормальных условиях развития алкалоидного растения углеводное голодание приводит к повышению продуктивности образования алкалоидов. В этой постановке мы не учитывали весьма важного фактора — передвижения органических веществ в листе и в следующих постановках этот фактор был устранен. Результаты этого опыта дают возможность двоякого толкования генезиса алкалоидов. В самом деле, синтетическая сторона при затенении ослаблена, налицо процессы диссимиляции и продукты этого процесса отбросы-алкалоиды. Другое толкование — при углеводном голодании и доступе неорганического азота мы не имеем белкового синтеза, а поступающий азот переводится в форму соединений неядовитых для плазмы, в форму алкалоидных соединений. Если

[1] Сухоруков. Цит. соч.
[2] Кизель. Тр. лаб. по изуч. белка и белк. обм. в орг., вып. I, Москва, 1931.

последнее верно, то при обильном или усиленном притоке углеводов мы должны ждать синтеза белка и снижения в содержании алкалоидов.

В естественных условиях обогащение тканей углеводами разработано и довольно хорошо разрешается применением так называемого «кольцевания». Сущность этого приема сводится к тому, что живые элементы, проводящие органические вещества или механически сдавливаются, или прерываются в том или ином месте. Толмачев[1] рекомендует горячее кольцевание, т. е. убивание нагреванием кольцеобразного участка коры стебля или листового черешка; мы воспользовались приемом кольцевания, разработанным проф. Рихтером, который применяли в следующем виде: черешки листьев перевязывались тонким жгутиком марли, пропитанной хлороформом. Через 2—3 часа лист повисал, ткани черешка под марлей отмирали, но пластинка не теряла тургора в течение нескольких дней, несмотря на высокую температуру и сухость воздуха. Кольцеванные листья были оставлены 2 суток (5—7 VIII) на растении и потом собраны для анализа. В результате мы получили содержание алкалоидов:

в кольцеванных листьях	0.090 %
в некольцеванных »	0.171 %

т. е. обогащение углеводами, благоприятное для белкового синтеза, снизило содержание алкалоидов почти вдвое.

Одностороннее углеводистое питание нам казалось возможным провести в бо́льшей чистоте, пользуясь методом выдерживания тканей на растворах углеводистых источников, методом «плавающих листьев» (по работам Палладина, Рихтера). По этому методу мы обогащали листья дурмана углеводами следующим образом: свеже сорванные листья разделялись на две порции; одна часть раскладывается в большие стеклянные чашки по поверхности 1%-го раствора глюкозы, вторая — контроль на дестиллированной воде. Листья плавают пластинками на поверхности жидкости.

На растворах листья выдерживались в темном шкафу в течение 2 суток. Затем обмывались водой, просушивались чистым полотенцем и фильтровальной бумагой, быстро высушивались (приемы сушки см. выше) и анализировались. Содержание алкалоидов оказалось:

I опыт		II опыт (повторен через несколько дней)	
На растворе глюкозы	0.203 %	на растворе глюкозы	0.297 %
контроль	0.359 %	контроль	0.466 %

Примечание: жидкости сменялись 1 раз в сутки.

[1] Толмачев. К вопросу об увеличении урожаев, Киев, 1930.

Из этих опытов видно, что одностороннее углеводистое снабжение тканей подавляет накопление алколоидов.

Опыты были повторены, срок удлинен до трех суток, в течение которых через каждые сутки взяты для анализа пробы. Концентрация глюкозы взята 0.2%.

Срок выдерживания	% алк. на глюкозе	% алк. на воде	Разница в %
1 сутки	0.388 (100.0)	0.396 (76.3)	2.1
2 суток	0.377 (97.2)	0.413 (79.5)	9.5
3 »	0.364 (93.8)	0.519 (100.0)	42.5

Из приведенных цифр видно, что продолжительность голодания вызывает нарастание алкалоидов (с 76.3% до 100.0%), углеводы не только сдерживают это нарастание, но и его угнетают (падение со 100% до 93.8%). За счет чего идет нарастание алкалоидов, сказать в данном случае не можем, но, судя по старым исследованиям Лёва,[1] можно подозревать участие белков; по мнению Лёва, белки легко распадаются во многих случаях, но наличие безазотистых веществ препятствует такому распаду. Мы предполагаем, что наступающее голодание приводит к разложению белковых веществ, и избыток азотистых осколков белка остается в органической форме алкалоидоподобных соединений. Образовавшиеся азотистые соединения, обычно с азотом в кольце, представляют своебразную форму запасного азота внутри клетки.

Очевидно, что и при поступлении азота в избытке извне мы будем видеть ту же самую картину, т. е. перевод избытка азота в алкалоидные соединения. Для проверки этого предположения мы поставили ряд опытов по одностороннему азотистому питанию.

Азотистое питание

Влияние поступления азота на ход образования алкалоидов в тканях алкалоидного растения давно представляло для практиков большой интерес и в то же время загадку; эффект от внесения азотистых удобрений под

[1] O. Loew. Chem. Zeit., 1896, 1899.

культуру алкалоидных растений часто не оправдывает надежд и оказывается не всегда одинаковым.[1]

Мы подошли к вопросу азотистого питания алкалоидного растения опять расчлененно, проверяя сделанное предположение, что синтез алкалоидов идет при условии избыточности поступающего азота и недостатке в клетках углеводов. Практически мы к этому подходили несколькими путями: 1) внекорневым питанием растения азотистыми веществами, 2) методом плавающих листьев для обогащения тканей листа азотом, 3) одновременным обогащением тканей азотистыми веществами и углеводами и 4) испытанием различных источников азота на образование алкалоидов.

Опыты с внекорневым питанием нами были поставлены в следующем виде: гряда с *Datura Stramonium* поделена на 3 участка; растения одного участка оставлены как контроль, растения с двух участков подвергнуты усиленному питанию сернокислым аммонием через канюли в стебель; стеклянные канюли вводились в стебель на такую глубину, что вполне перерезали сосудистые пучки; на каждом стебле устраивалось по 4-5 канюль по окружности стебля, канюли заполнялись 0.2% раствором Am_2SO_4. Один из питаемых участков был затенен темными ящиками, другой оставлен на свету; в первом случае мы имели одностороннее азотистое питание, во втором — усиленное азотистое питание при одновременном углеродном питании. Опыт продолжался 5 суток (7—12 VIII), после чего листья были собраны, прошли быструю сушку и анализ. Результаты анализа сведены в таблицу:

№№ по пор.	Условия питания	%-е содержание углеводов			Сумма углеводов в %	% белка (по Барнштейну)	Небелковый азот в %	Сумма азота (без алкал. азота)	% алкалоидов (атропин)
		Восст. сахар	Невосстан. сахар	Крахмал					
1	Питание $(NH_4)_2SO_4$ на свету	6.16	5.30	0.07	11.53	28.50 (4.56)	0.60	5.16	0.317 (49.9)
2	Питание $(NH_4)_2SO_4$ в темноте . . .	6.05	0.00	0.91	6.96	31.50 (5.20)	0.86	6.06	0.635 (100.0)
3	Контроль	13.60	0.00	1.58	15.18	29.81 (4.76)	0.70	5.46	0.209 (32.9)

[1] Sabalitschka, Süd Deutsch. Apoth. Zeit., 1925.

В темноте, при избытке восстановленного азота и сниженном содержании углеводов, идет интенсивное образование алкалоидов; включающееся углеродное питание снимает эту интенсивность, и в естественных условиях (контроль) преобладание углеродистого питания дает благоприятные условия для белкового синтеза. Из приводимых цифр бросается в глаза интересное соотношение между углеводами, белками и алкалоидами — при снижении содержания углеводов и нарастании белка растет и содержание алкалоидов; алкалоиды несут защитную роль при поступлении в ядовитом избытке ионов азотистых соединений при сниженном содержании углеводов в клетке.

Эта постановка, подтвердившая наши предположения, страдает одним большим недостатком — невозможностью строгого учета передвижения органических веществ по растению. Это заставило нас вновь обратиться к изолированным тканям и к методу плавающих листьев. Некоторое затруднение представлял выбор подходящей концентрации, необходимость одновременного учета токсичности применяемых растворов и их эффективности на ход биохимических процессов. Быстрая проницаемость в клетку ионов NH_4 говорила[1] за выгодность применения аммонийных солей, но ядовитость этих ионов для зеленых растений мало выяснена, во всяком случае она несомненна.[2] Мы остановились на сернокислом аммонии в концентрации 0.2 %, которая листьями дурмана, при частой смене растворов, переносилась без видимых признаков отравления.

Техника опытных постановок с плавающими листьями ничем не отличалась от описанной выше, поэтому мы перейдем прямо к фактическому изложению материала.

Свеже собранные листья *Datura Stramonium* разложены в больших стеклянных сосудах по поверхности раствора 0.2 % сернокислого аммония; часть листьев тотчас же высушена и проанализирована. С растворов листья снимались через 1 сутки для анализа. Продолжительность опыта — 3 суток.

Результаты анализа представлены в таблице на след. стр.

Из приведенных цифр видно, что собранные листья содержали высокий процент углеводов (18.32) и относительно низкое содержание белка; повидимому, азот в тканях был в минимуме для процесса образования белка, и в первые сутки азотистого питания шло энергичное образование белка (с 25 % до 32.81 %). В первое время питания образования алкалоидов нет,

[1] Арциховский и Шелякина. Изв. Акад. Наук, 1916.
[2] O. Loew. Ein natürliches System der Giftwirkungen, Stuttgart, 1893.

№№ по пор.	Характеристика материала	% углеводов			Сумма углеводов в %	Белок в %	Не белков. азот в %	Сумма азота в % (кроме алкал.)	% алкалоидов (атропин)
		Восст. сахара	Невосстан. сахара	Крахмал					
1	Листья, только-что собранные . .	15.18	0.00	2.54	18.32	25.00 (4.00)	—	—	0.245
2	Листья, выдерж. 1 сутки на аммонии	3.21	1.82	0.64	5.67	32.81 (5.25)	0.00	5.25	0.225
3	Листья, выдерж. 2 суток на аммонии	2.39	0.00	0.86	3.25	33.94 (5.43)	0.31	5.74	0.288
4	Листья, выдерж. 3 суток на аммонии	—	—	—	—	—	—	—	0.294

замечается даже небольшое их снижение. При дальнейшем введении азота скорость образования белка падает, так как углеводистый запас быстро расходуется (с 18.32 % до 5.67 %), и начинается кривая роста алкалоидов. Поступающий азот не может накопляться в тканях в форме неорганической без угнетения живых клеток и в тканях, поставленных в условия постоянного притока в них ионов аммония, идет перевод азота в безвредный резерв алкалоидных соединений.

Зависимость между углеводами и аммонийным азотом при образовании алкалоидов в клетке мы решили проследить прямым методом — одновременным питанием тканей углеводами и аммонием, применяя комбинированные среды. Был применен также метод плавающих листьев, но взяты дополнительно комбинированные растворы.

I опыт

Листья дурмана выдержаны двое суток на растворах: 1 %-й глюкозы, 0.2 %-й сернокислого аммония, 0.2 %-й сернокислого аммония плюс 1 %-й глюкозы и контроль на воде. Проанализированные листья показали следующее содержание алкалоидов:

1) листья, выдержанные на глюкозе . . 0.203 %
2) » » на аммонии . . . 0.350 »
3) » глюкозе + аммонии . . . . . 0.207 »
4) контроль (на воде) . . . . 0.337 »

т. е. вполне ясно видно, что введение углевода в значительной степени снимает накопление алкалоидов.

II опыт

Был проделан через некоторое время и опять на листьях того же дурмана; продолжительность выдерживания также 2 суток. Результаты такие:

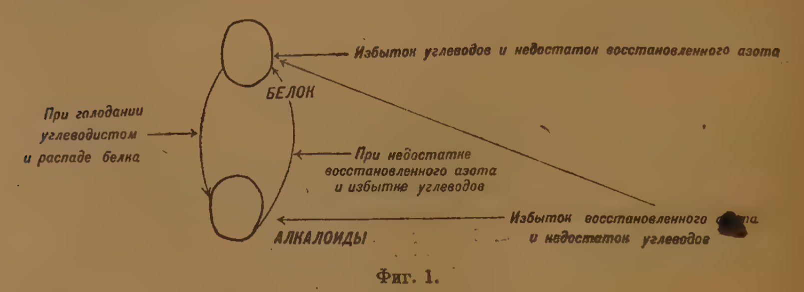
1) листья, выдержанные на аммонии, дали . . . 0.288 % алкалоидов
2) » » аммонии плюс глюкоза 0.246 » »

Результаты второго опыта, правда менее отчетливые, подтверждают данные первого опыта.

Таким образом, алкалоиды во внутренних процессах алкалоидного растения играют роль своеобразных азотистых буферов, регулируя потребности организма в азоте, с одной стороны, и защищая от вредного избытка неорганического азота, с другой.

В связи с этим вполне понятна их большая биологическая лябильность (подвижность), которую так трудно зафиксировать во время исследовательской работы при выявлении динамики процесса в том или другом направлении.

Проделанные исследования по выяснению зависимостей между углеродным и азотистым питанием и накоплением белка и алкалоидов приводят нас к выводам, что при ограниченном притоке извне азота и избыточности углеводов в клетках алкалоидного растения идет главным образом синтез белка, и на этот синтез может быть использован азот алкалоидов; при избытке притекающего азота, кроме образования белка, идет энергичное образование алкалоидов; при углеводном голодании и при распаде белка азотистые осколки идут на стройку алкалоидов. Наглядно мы рисуем это следующей схемой:



Фиг. 1.

Контуры этой схемы нам кажутся более или менее ясными и не противоречащими прочно установленным представлениям о магазинировании азота внутри растительной клетки и замкнутости цикла внутреннего азотистого обмена в растительных тканях.

Схема дает ориентировку для практики культивирования алкалоидных растений при желании повышения в них алкалоидного содержания и, кроме того, позволяет ориентироваться при оценке тех противоречивых мнений, которыми изобилует физиология алкалоидных растений. Детализация схемы бесспорно требует более глубоких исследований и широкого ряда объектов. Один из основных вопросов к детализации схемы заключается в решении задачи об окислительном или восстановительном ходе биохимического процесса в тканях при алкалоидном синтезе. Мы не имели возможности непосредственного учета окислительно-восстановительной способности в ходе реакции и поэтому обратились к косвенным приемам установления различий в действии окисленного и восстановленного азота на новообразование алкалоидов. Опять был применен метод плавающих листьев и растворы: 0.2 % сернокислого аммония, эквимолярный по азоту раствор $NaNO_3$ и аспарагин. В качестве объектов взяты листья дурмана, которые были выдержаны на этих растворах в темноте 1 сутки. Анализ выдержанных листьев дал следующие результаты:

Опыт I

1) листья, выдержанные на аммонии, содерж. . 0.350 % алкалоидов
2) » » » аспарагине . . . 0.311 » »
3) » » » $NaNO_3$ . . . . . 0.258 » »

Повторение опыта дало примерно те же результаты:

Опыт II

1) листья, выдержанные на аммонии дали . . 0.288 % алкалоидов
2) » » » $NaNO_3$ . . . . . 0.258 » »
3) » » » аспарагине . . . 0.270 » »
4) » » » воде . . . . . . 0.261 » »

Окисленный азот не вызывает повышения в содержании алкалоидов, восстановленный усиливает процесс образования алкалоидов. Очевидно, нитратный азот в тканях алкалоидного растения оказывает менее ядовитое действие, нежели аммонийный и поэтому может накопляться в больших количествах внутри клетки без ее отравления; восстановление нитратного азота в зеленом растении связано с большой тратой энергии через расходование органического вещества[1] и восстановление коррелируется потребностью в азоте при белковом синтезе.

[1] O. Warburg и E. Negelein., Bioch. Zeit. 110, B, 1920.

Динамика алкалоидов при изменениях внешней реакции среды

Алкалоидам приписывается важное биологическое значение в устойчивости алкалоидных растений к изменениям реакции среды; Меркеншлягер,[1] проращивая семена горького люпина и семена неалкалоидных растений при различной кислотности нашел бо́льшую устойчивость к кислотности проростков у люпина, связывая эту устойчивость с наличием алкалоидов, как основных соединений. Конечно, нет никаких оснований приписывать исключительную способность приспособления к различным реакциям среды только алкалоидным растениям: мы имеем ряд указаний на способность вообще растительного организма активно воздействовать на среду через выделения веществ кислотного[2] или щелочного[3] характера и тем самым приспособлять ее в сторону, подходящую для своего нормального развития. В данном случае нас интересовал другой вопрос — вопрос изменчивости процесса накопления алкалоидов при воздействии на ткани кислотных и щелочных ионов.

Подошли к этому вопросу мы очень просто. В качестве объекта мы взяли корни мексиканского дурмана (*D. meteloides* D. C.). Дурман был взят в стадии начала цветения, показывал высокое содержание алкалоидов (1.00%) в корнях; надземные части были удалены (чтобы избежать ассимиляции CO_2 в первое время, быстрого подвядания и передвижений веществ по растению), и корни, отобранные без повреждений и однообразные, помещены своей «мочкой» в три сосуда: с водой водопроводной (pH = 7.6), дестиллированной водой, подкисленной соляной кислотой до pH = 3.1, и дестиллированной водой, подщелоченной едким натром до pH = 11.0.

Мы имели три точки: кислая и щелочная с величиной, предельной для естественных почв,[4] и нейтральная, близкая к средней реакции почв Нижне-Волжского края.

На один литр жидкости было взято около 50 г свежих корней (20 г сухих). Реакция везде быстро менялась в сторону приближения к pH = 6.5. На щелочной жидкости с первых же моментов из корней шли выделения, дающие хлопчатый осадок, который покрывал корни и оседал на дно сосуда. Осадок легко растворялся при прибавлении соляной кислоты и вновь выпадал при нейтрализации содой или едким натром; при прокаливании обугливался, реакции на фенольные группы (с Миллоновым реактивом)

[1] Merkenschlager. Keimungsphysiologische Probleme, München, 1924

[2] Минина, Изв. Биол. науч. иссл. инст. при Пермск. унив., 1927.

[3] Прянишников и Иванова, Докл. Акад. Наук СССР. 1931, № 8.

[4] Максимов, Краткий курс физиология растений для агрономов, 1927.

не дал. Подробного исследования природы этого выделения мы не сделали, но есть основание предполагать, что это была какая-то органическая кислота, натровые соли которой нерастворимы в воде. Удивительно интересное приспособление не только к усреднению реакции среды, но и к устранению токсического действия Na = иона!

На кислой среде усреднение шло за счет выделения аммиака; энергия этого выделения достигла таких размеров: 50 г свежих корней, помещенные в 1 л $\frac{n}{1000}$ соляной кислоты выделили за 7 часов 20.4 мг аммиака, т. е. количество, превышающее норму аммиака (17 мг), необходимого для нейтрализации взятой кислоты.

Посмотрим на те изменения в химизме корней, которые необходимо должны быть при таких резких воздействиях:

Корни *D. meteloides*, выдержанные на средах с разл.	Раств. угле-воды	Крахмал	Сумма угле-водов	Белок	Не белк. азот	Сумма азота (без алкал.)	Алкалоиды
Среда с pH = 3.1 . .	—	—	—	8.19 (1.31)	0.31	1.62	0.304
» » 7.6 . .	8.59	0.00	8.59	7.00 (1.12)	0.80	1.92	1.000
» » 11.0 . .	0.00	1.045	1.045	8.13 (1.30)	0.80	2.10	0.980

Примечание: данные перечислены в процентах на сухой вес.

Из приведенных цифр видно, что наиболее динамичными из азотистых тел оказываются алкалоиды и усреднение кислой реакции шло за счет азота алкалоидов. Химически трудно себе представить легкость отщепления азота от кольчатого ядра, но здесь выступают биологические особенности хода процессов, подтверждаемые фактами.

На основе своего фактического материала мы приходим к выводу, что алкалоиды, будучи весьма динамичны в растительной клетке, играют роль внутренних буферов при азотистом питании и внешних — при изменении реакции среды.

Процесс накопления алкалоидов усиливается при увеличении притока в клетку восстановленного азота и ослаблении образования углеводов.

При голодании длительном, вызывающем распад белков, идет нарастание алкалоидов.

Недостаточность снабжения клетки азотом при наличии углеводов вызывает распад алкалоидов и синтез белка за счет алкалоидного азота.

Изложенные соотношения мы представляем схемой (см. выше) внутреннего азотистого обмена алкалоидных растений.

На внешнюю среду с кислой реакцией ткани алкалоидных растений реагируют выделением аммиака за счет разрушения алкалоидов.

На основе полученного, мы рисуем себе следующие практические выводы:

Почва под плантации алкалоидных растений в отношении азотистого запаса будет наиболее благоприятной для накопления алкалоидов при повышенном содержании аммонийного азота и пониженной нитрификационной способности; реакция почвы нейтральная или щелочная, но не кислая.

Сбор материала наиболее выгодно (конечно при принятии во внимание и других соображений) производить в периоды энергичного поступления в растения азота и ослабления накопления сухого вещества. При азотистом удобрении наилучший эффект на качество материала нужно ожидать от аммонийного; внесение дополнительных аммонийных удобрений перед сбором материала должно повышать в нем содержание алкалоидов.

В заключение считаем долгом принести глубокую благодарность профессорам I Московского Гос. университета А. А. Рихтеру и А. Р. Киселю, изъявившим согласие просмотреть нашу сводку фактического материала и по ней сделать свои замечания.

Саратов, 1931 г.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932.
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles | Отделение математических и естественных наук

К ПРОБЛЕМЕ БЕССМЕРТИЯ ПРОСТЕЙШИХ

(Двадцать лет культуры инфузории *Paramaecium caudatum* без конъюгации)

М. А. ГАЛАДЖИЕВА

(*Представлено* Бюро Биологической ассоциации)

Часть вторая[1]

РИТМ РАЗМНОЖЕНИЯ И РЕКОНСТРУКЦИЯ ЯДЕРНОГО АППАРАТА

Уже с первых шагов наблюдений над размножением инфузорий в культурах бросается в глаза тот факт, что, несмотря на однородность внешних условий, размножение никогда не происходит плавно, равномерно, изо дня в день в одном темпе. Независимо от внешних условий оно всегда подвержено ритмическим колебаниям, периодически то ускоряясь до максимума, то затухая до пункта наиболее медленного размножения. Woodruff and Baitsell (76) особенно тщательно поставленными опытами, содержа инфузорий при одинаковой температуре в точных и хорошо отрегулированных термостатах, в одной и той же среде и при одинаковом питании, пытались добиться плавности размножения и выпрямления кривой. Но даже в таких идеально-однородных условиях им не удалось устранить ритма размножения, и инфузории попрежнему продолжали размножаться чередующимся, то ускоренным, то замедленным темпом.

Наступающий период упадка энергии размножения вплоть до полного его прекращения, после периода интенсивного размножения часто в плохих условиях опыта сопровождающийся дегенеративными явлениями и был отмечен как «период старости», «депрессии», «вырождения» и т. д. (Bütschli, Maupas, Hertwig, Popow, Calkins и др.). Некоторым авторам, наблюдавшим инфузорий в эти периоды пониженной жизнедеятельности, удалось подме-

[1] См. ИМЕН, 1932, № 9, стр. 1269.

тить, что, на ряду с другими дегенеративными явлениями, в это время происходит часто и ряд глубоких изменений в ядерном аппарате.

Естественно было искать причинную связь между этими двумя явлениями, и одним из первых, более или менее подробно изучивших состояние ядерного аппарата в период депрессий, был M. Popoff (61). Ему удалось выяснить на препаратах инфузорий, переживающих период угнетенной жизнедеятельности, что в это время у них происходит распад вегетативного ядра и деление полового. Исходя из теории своего учителя R. Hertwig (40) о постоянстве соотношения величины ядра нормальной клетки к массе протоплазмы («Kernplasmarelation»), Popoff пытался объяснить постепенный упадок энергии размножения нарастающим нарушением нормального соотношения величины ядра и плазмы тела *Paramaecium*, у которых, по его вычислению, это нормальное соотношение должно быть равно 1 : 67.

Вследствие неравномерного распределения массы вегетативного ядра, при делении инфузорий, в процессе последовательных делений, в течение известного периода, накопившийся избыток ядерного вещества ведет к его гипертрофии, которая и является, по мнению Popoff, причиной депрессии. Гипертрофию макронуклеуса отметил и Calkins у инфузорий в своих культурах в периоды депрессий. Но самая картина восстановления ядерного аппарата и течение всего процесса оставались не вполне выясненными, пока более подробный анализ этого явления, сделанный позже Woodruff and Rh. Erdmann (77), не выяснил сути дела. Подробные исследования последовательных изменений ядерного аппарата у инфузории *Paramaecium aurelia* показали этим авторам, что периодически происходит полная его реконструкция, все течение которой весьма сходно с эволюцией ядер при конъюгации. Вегетативное ядро распадается и резорбируется, а генеративное делится дважды. Далее, как и при конъюгации, из четырех продуктов деления генеративного ядра три погибают, а за счет четвертой оставшейся части восстанавливается весь ядерный аппарат. Отличие от конъюгации здесь только в том, что не происходит третьего деления микронуклеуса, при котором у конъюгирующих инфузорий образуются ядра гамет, и не происходит наиболее существенного в половом процессе — обмена ядрами и амфимиксиса.

Противопоставляя этот своего рода партеногенезис амфимиксису, Woodruff назвал его «эндомиксисом» или «реорганизующим процессом». По наблюдениям авторов, реконструкция ядерного аппарата происходила у инфузорий в культурах через каждые 25—30 дней или 40—50 поколений и совпадала по времени с периодами наиболее сильного падения кривой

размножения. Хотя, строго говоря, во всех случаях эндомиксиса такого совпадения с наиболее пониженной жизнедеятельностью культур в опытах Woodruff and Erdmann и не было, тем не менее авторы пришли к заключению, что, во-первых, реорганизующий процесс происходит только в периоды упадка энергии размножения, и существует причинная связь между этим процессом и ритмом размножения и, во-вторых, что эндомиксис является нормальным периодическим феноменом в цикле размножения *Paramaecium*, и только благодаря ему инфузории получают стимул к дальнейшему вегетативному размножению.

Более поздними работами Erdmann and Woodruff (31), Woodruff L. L. (73), Beers, C. D. (6), Moore, E. L. (60), Erdmann (30) и др. эта точка зрения подтвердилась, и даже как будто выяснилось, что существует известный синхронизм в появлении эндомиксиса и не только у одной определенной расы *Paramaecium aurelia*, но даже у разных рас, воспитывающихся в разных лабораториях. По наблюдениям Woodruff (73) даже отличающиеся друг от друга среды только вначале могут несколько сместить нормальные периоды эндомиксиса, который, в общем, все же повторяется регулярно в определенные сроки.

Таким образом, теперь, после работ Jennings, Hertwig, Hartmann и др. авторов, отказавшись от омолаживающего значения конъюгации в его наиболее существенной для полового процесса части — обмене ядрами между участниками и ядерной сингамии, центр тяжести «омолаживания» инфузорий был перенесен на фактор реконструкции ядерного аппарата, имеющий место как при конъюгации, так и при эндомиксисе.

«Инфузории могут жить бесконечно, — как утверждал Вейссман, — но они не вечно юны, хотя и несут с собой источник молодости в процессе эндомиксиса, который влечет за собой бесконечное омоложение». Так формулирует состояние вопроса один из крупных современных биологов Lillie (49), который не находит противоречия в таком определении с вопросом о том, вызывает ли и конъюгация омоложение, так как и в том и в другом случае происходит полная перестройка ядра, и только добавочный фактор при конъюгации, ядерная сингамия, может оказаться вредным для жизни организма. В сущности, такая точка зрения, разделяемая и многими другими современными биологами, не является новой и повторяет идеи R. Hertwig, который также считал, что омоложение как при оплодотворении яйца, так и в иных случаях, происходит за счет перестройки ядра при восстановлении нормального соотношения массы плазмы к гипертрофированному ядру устаревшей клетки.

Но действительно ли инфузории периодически «стареют», и эндомиксис или реконструкция ядерного аппарата имеет омолаживающее значение для них? Необходима ли перестройка его для бесконечного размножения, и существует ли такая строгая коррелятивная связь ритма размножения с эндомиксисом?

В ответ на эти вопросы в свое время С. И. Метальников (54) писал: «К сожалению вопрос этот не может быть решен экспериментально, как это было сделано с опытами с конъюгацией. Рассаживая и отделяя друг от друга инфузорий, мы можем им помешать конъюгировать, но не можем этим способом задерживать какие-либо внутренние процессы».

Но позже, работами Jollos (47) выяснилось, что явление эндомиксиса может быть вызвано в любой момент жизненного цикла *Paramaecium*, равно как и может быть отдалено изменениями внешних условий. Хотя, по мнению этого автора, предотвратить совершенно эндомиксиса нельзя, но уже тот факт, что условиями внешней среды возможно укорачивать или удлинять промежутки между двумя эндомиксисами указывало на то, что это явление не представляет функции времени, как это вытекало из опытов Woodruff, и периодичность его лишь условна.

На основании своих наблюдений, по многолетним опытам с различными культурами, мы могли отметить, что в пределах одного и того же вида *Paramaecium caudatum* существуют разные расы и даже линии одной и той же расы, предрасположенные к эндомиксису в разной степени.

Jennings (43) в свое время выяснил, что у той же *Paramaecium caudatum* различные расы отличаются не только по величине и темпу размножения, но и по частоте конъюгаций. В то время как у одних конъюгация повторяется через каждые 5—10 дней, у других промежутки между двумя конъюгациями длятся недели, месяцы и даже годы.

Точно также по нашим, более ранним наблюдениям неоднократно было отмечено, что эндомиксис представляет явление, наблюдающееся в некоторых культурах довольно часто и может повторяться с промежутками от 10—15 дней до 40—50, но на ряду с этим в других культурах реконструкция ядерного аппарата происходит с большими интервалами в несколько месяцев, а в некоторых случаях инфузории размножались и больше года, повидимому, без всякой перестройки ядерного аппарата.

Уже в самом начале наших опытов нами было установлено, что в культурах у инфузорий по временам происходят глубокие изменения и перестройка ядерного аппарата. Для точного анализа этого явления и выяснения его связи с ритмом размножения нами в течении нескольких лет (1911—

1913) почти ежедневно продукты размножения, после изоляции одной инфузории для продолжения культуры, фиксировались и окрашивались, и таким образом был собран обширный цитологический материал, который, к сожалению, в свое время не был обработан, а затем, в 1919—1921 гг., был растерян.

Позже, начиная со второй половины 1922 г., когда появилась возможность уделять культурам больше времени, некоторые линии культур все время находились под контролем, и хотя не готовились постояннные препараты для уяснения цитологической картины, отобранные экземпляры просматривались, и регистрировались все наблюдаемые случаи эндомиксиса.

Эти наблюдения прежде всего показали, что по разным линиям культур эндомиксис повторяется с неодинаковой частотой. В обычных условиях опыта в основных культурах эндомиксис был констатирован по разным линиям от 5 до 11 раз в течение года. В других—параллельных культурах, выведенных от одной особи местной расы *Paramaecium caudatum*, (из пруда в окрестностях Симферополя), и того реже—всего 3—5 случаев, а в одной из культур даже ни одного случая в течении $6^1/_2$ месяцев.

Вторым, бросающимся в глаза фактом было то, что реконструкция ядерного аппарата далеко не всегда и не точно совпадала с периодами наиболее замедленной скорости размножения, которые, в общем, повторялись чаще и более регулярно. После этих предварительных наблюдений, для более точного и детального выяснения этих вопросов нами были поставлены опыты, продолжавшиеся более года и давшие, как кажется, определенные ответы на поставленные вопросы.

Для этих опытов было выведено 3 пары культур (6 чистых линий). Культуры IA_7 и IIA_7 представляли 2 ветви от одной инфузории из нашей основной культуры A_7, выделенные на 19 году жизни культуры, уже давшей к этому времени более 7000 поколений. До начала опытов в этой культуре, по предварительным наблюдениям, было зарегистрировано всего 6 случаев эндомиксиса в течение $10^1/_2$ месяцев. Вторая пара культур—IM и IIM—представляла 2 ветви от одной инфузории из культуры, которая была выведена от дикой особи местной Крымской расы до этого за год с лишним и велась также с постоянной изоляцией—без конъюгации. Эти культуры были выделены в 562 поколения, и до этого эндомиксис был зарегистрирован предварительными наблюдениями всего лишь 3 раза в течение года.

Наконец третья пара — IP и IIP — была получена от одной дикой инфузории, непосредственно перед опытом выловленной из банки с водой, взятой незадолго до этого из небольшой канавки в устьи Черной речки.[1]

Таким образом, взятые 3 экземпляра от разных рас *Paramaecium caudatum* после первого деления дали упомянутые 6 культур, над которыми начался эксперимент в декабре 1928 г. и продолжался в течение всего 1929 г.

Однако, из всех культур только первые 4 — IA_7, IIA_7, IM и IIM успешно были доведены до конца года и, вероятно, могли бы еще долго существовать, если бы опыт был продлен дальше. Что же касается последней пары культур IP и IIP, то обе они оказались мало жизнеспособными и погибли в середине года: одна — IP спустя 143 дня, а вторая — IIP спустя 169 дней от начала опытов. Техника опытов была та же, что и для основных культур. Все 6 стеклышек с изолированными инфузориями ежедневно просматривались, продукты размножения удалялись, а оставленный экземпляр для продолжения опытов переносилися в свежую среду и оставлялся во влажной камере до следующего дня. Среда для всех культур не была одинакова. Первые культуры каждой пары — IA_7, IM и IP велись в однородной среде: сенном настое, который временами сменялся раствором либиховского экстракта в концентрации 1/5000 в снеговой или дождевой воде, но всегда без примеси земли. Другие параллельные культуры — IIA_7, IIM и IIP, при прочих совершенно тождественных условиях, содержались в средах весьма разнообразных и постоянно сменявшихся как-то: сенной настой, раствор экстракта Либиха, вода из разных пресноводных аквариумов, из прудов, канавок, речки, снеговая, дождевая и т. д. и, кроме того, здесь всегда к заранее приготовленной среде прибавлялась земля, как это было описано выше, для основных культур.

Культуры все время находились под строгим контролем. Для учета состояния ядерного аппарата все инфузории, в особенности в периоды замедленного размножения, когда возможно было ожидать появления эндомиксиса, при проверке очень тщательно расматривались под микроскопом в живом состоянии, а затем отобранные экземпляры фиксировались и окрашивались для выяснения состояния ядерного аппарата. Благодаря навыку, приобретенному продолжительными наблюдениями, почти всегда безошибочно, уже при осмотре живых животных, мы могли констатировать наличие эндомиксиса.

[1] Впадает в Черное море у Севастопаля в Инкерманскую или Северную бухту.

Таким образом, в наших опытах наблюдения велись постоянно над определенными линиями, в отличие от подобнаго рода работ у других авторов, где опыты проводились над массовыми культурами и по которым судить об индивидуальном цикле жизни определенной линии не представляется возможным. Каждая из приведенных ниже кривых представляет картину жизненнаго цикла отдельной линии, а контроль над состоянием ядернаго аппарата экземпляров, отобрапных для фиксации служил лишь подсобным средством для установления эндомиксиса у индивидов подопытных.

Результаты опытов представлены кривыми в приведенных ниже таблицах.

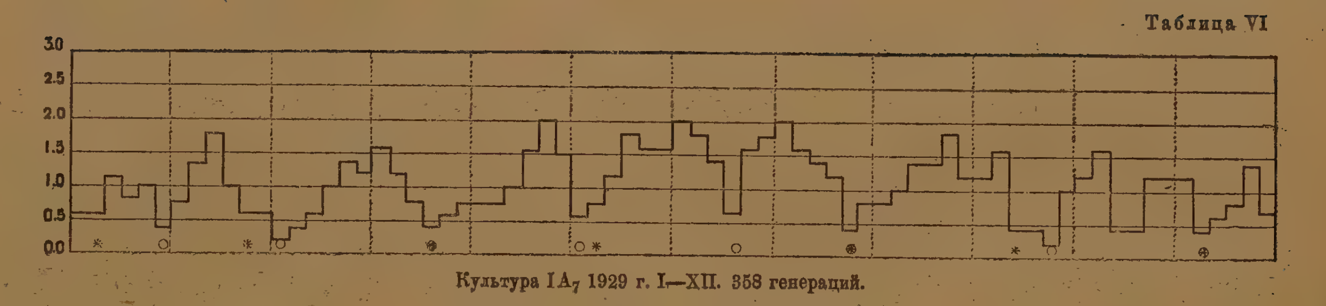
Кривые эти составлены несколько иначе, чем приведенные выше кривые размножения основных культур. По оси абсцисс здесь также отложено время, но на ординатах показана средняя за 5-дневный период. Таким образом, на каждый месяц приходится по 6 вершин кривой. Под кривыми — кружочками отмечены периоды наиболее замедленного размножения, а каждая пятидневка, в течение которой происходил процесс реконструкции ядер, отмечена звездочкой. В случаях совпадения периодов замедленного размножения с эндомиксисом — кружочком со звездочкой, помещенной внутри его.

На таблицах VI и VII представлены две кривые: первая — кривая размножения культуры IA_7, вторая — IIA_7. Обе культуры, как было сказано выше, представляли две ветви от одной особи, выделенной из основной культуры A_7 Ленинградской расы, и при прочих совершенно тождественных условиях велись в разных средах.

В течение года с 1 января 1929 г. по 1 января 1930 г. число генераций в каждой культуре оказалось неодинаковым. Культура IA_7 дала 385 генераций, IIA_7 — 429.

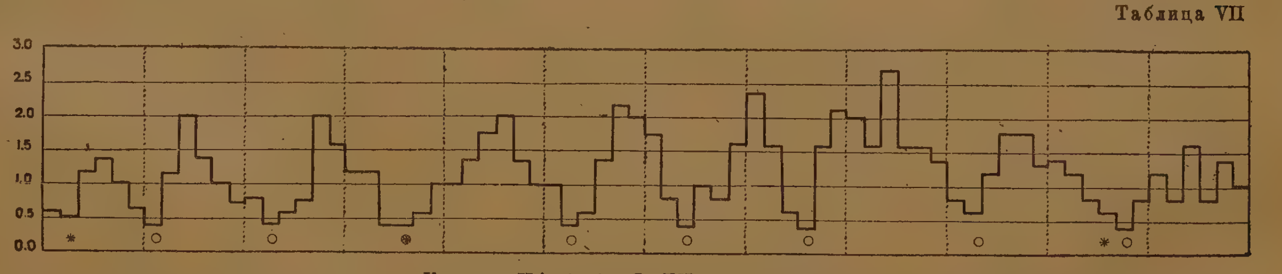
При сравнении диаграмм бросается в глаза ясно выраженный параллелизм обеих кривых. Каждая из них, сохраняя свои индивидуальные особенности, все же подчинена определенной закономерности, определенному ритму. На обеих кривых на протяжении 12 месяцев отмечено кружочками по 8 периодов наиболее сильного падения энергии размножения. При этом в обеих культурах, особенно в первом полугодии, периоды эти почти точно совпадают. Довольно хорошо они совпадают и во втором полугодии, но в первой культуре IA_7 промежутки между 2-мя соседними пунктами падения вершины кривой стали несколько удлиняться. Что касается реконструкции ядерного аппарата — эндомиксиса, то здесь в культурах получалось резкое расхождение. В то время как в первой культуре эндомиксис в течение года повторился 7 раз, во второй [IIA_7] этих случаев было всего 3.

Таблица VI



Культура IA_7 1929 г. I—XII. 358 генераций.

Таблица VII



Культура IIA_7 1929 г. I—XII. 429 генераций.

Кривые размножения культур IA_7 (в однородной среде без земли) и параллельной культуры IIA_7 (в разнородной среде с примесью земли). По оси абсцисс — время; по оси ординат — средняя скорость размножения за каждую пятидневку. Кружочками отмечены периоды наиболее замедленного темпа размножения, звездочками — случаи эндомиксиса, кружочком со звездочкой внутри — случаи совпадения этих периодов.

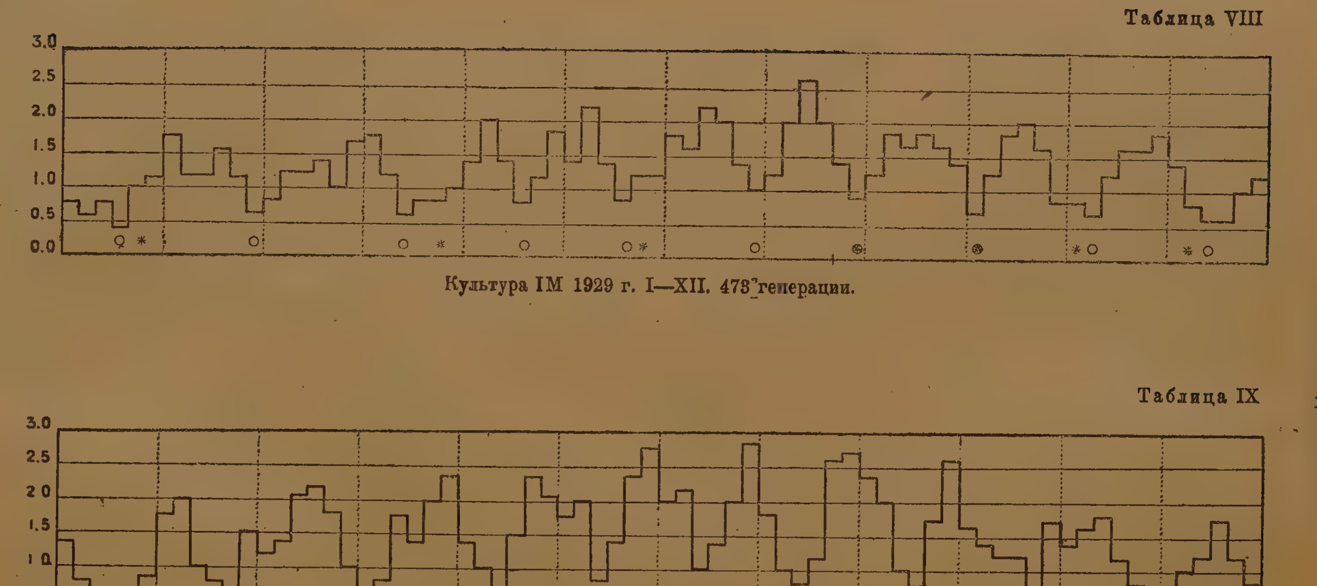
Первый случай эндомиксиса в той и другой культуре вполне совпал по времени. Это было во вторую пятидневку января. Затем, в первой культуре эндомиксис стал повторяться довольно регулярно через каждые 45—55 дней, отдаленный друг от друга числом поколений от 45 до 56. Только один раз промежуток этот растянулся до 80 дней (от 6—10 июня до 21—25 августа), и число генераций за этот период было равно 108.

По времени точное совпадение эндомиксиса с периодами наиболее пониженного темпа размножения в первой культуре произошло из 7 случаев лишь в 3 (в апреле 16-го, августе 21—25 и декабре 6—10). Остальные 4 случая не совпали с периодами минимума энергии размножения, отставая или опережая их на 5—15 дней.

Что касается культуры IIA_7, то здесь, после первого случая эндомиксиса, в точности совпавшего по времени с первым случаем культуры IIA_7, эндомиксис повторился во второй раз через два минимума в третий (11—15 апреля), почти совпав с третьим случаем культуры IA_7. Промежуток времени между ними был равен 95 дням, а число делений 102. Затем эндомиксис повторился в третий и последний раз за год почти в конце его 21—25 ноября. В этот промежуток, между вторым и третьим случаями эндомиксиса продолжительностью в 218 дней, когда было получено 282 генерации, было 4 ясно выраженных периода падения кривой. Но при самых тщательных наблюдениях никаких изменений в ядерном аппарате у инфузорий не было обнаружено. Совпадений эндомиксиса с пунктами максимального падения кривой размножения в этой культуре было из трех случаев только в одном — 11—15 апреля.

Две кривые на таблицах VIII и IX дают картины размножения культур IM и IIM Крымской расы. Культуры велись в аналогичных условиях с первыми. Характер кривых этих таблиц несколько отличен от предыдущих. Здесь также обе кривые, сохраняя свои индивидуальные особенности, обнаруживают явную тенденцию подчиниться определенному и одному и тому же ритму, повторившемуся в течении года 10 раз, и также более значительное нарушение синхронизма ритма обеих культур становится заметно ближе к концу опыта. Культура IM дала в течении года 473 генерации, а вторая — IIM, как и в первой паре (IA_7 IIA_7), оказалась более продуктивной и дала за год 539 генераций. Интервалы между периодами падения энергии размножения с промежуточными взлетами вершин кривых здесь несколько короче. На каждой кривой видно по 10 минимумов, совпадающих на обеих кривых по времени довольно хорошо. Реконструкция ядерного аппарата была наблюдаема только в первой культуре IM и повто-

Таблица VIII



Культура IM 1929 г. I—XII. 473 генерации.

Таблица IX

Культура IIM 1929 г. I—XII. 539 генераций.

Кривые размножения культур IM (в однородной среде без земли) и параллельной IIM (в разнородной среде с примесью земли). По оси абсцисс — время; по оси ординат — средняя скорость размножения за каждую пятидневку.

рилась в течение года 7 раз, в то время как во второй культуре IIМ на протяжении года не было ни одного случая эндомиксиса.

Первые четыре из 7 случаев реконструкции ядерного аппарата в культуре IМ были отдалены друг от друга довольно большими промежутками времени, повторяясь через один ритм. Между первым и вторым случаем протекло 89 дней, между вторым и третьим — 61, третьим и четвертым — 65. Число генераций в эти промежутки последовательно равнялась 87, 68 и 92. После четвертого случая, в последней трети года, случаи реконструкции участились. Между четвертым и пятым протекло всего 35 дней с 41 генерацией, между пятым и шестым — 31 день с 32 генерациями и между шестым и седьмым — 35 дней с таким же числом поколений.

Полное совпадение периодов максимального падения энергии размножения с процессом реконструкции здесь было только в двух случаях (26—31 августа и 1—5 октября), а в остальных 5 случаях, как и в первых двух опытах, реконструкция ядерного аппарата или предшествовала, или начиналась после периода наиболее пониженной жизнедеятельности инфузорий. Кривая размножения культуры IIМ имеет резкие взлеты и падения вершин с интервалами от 30 до 40 дней. Самым тщательным образом проводимый контроль, особенно в периоды падения кривой, не обнаружил ни одного случая каких-нибудь заметных изменений состояния ядерного аппарата в течение всего года, которые указывали бы на его реконструкцию.

Наконец, привожу две последние кривые размножения культур IР и IIР (см. таблицы X и XI на стр. 1542).

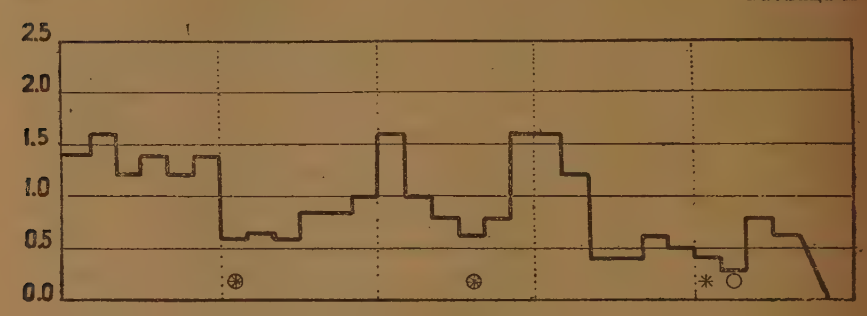
Как было выше указано, эта раса оказалась нежизнеспособной, и опыт был прекращен вследствие вымирания культур. К середине четвертого месяца в культурах энергия размножения резко понизилась без видимых внешних причин, а затем, уже не приходя в нормальное состояние, обе культуры, несмотря на происшедшую в это время реконструкцию ядер, просуществовав еще 1—2 месяца, вымерли.

Инфузории культуры IР в однородной среде без примеси земли прожили 143 дня и за это время поделились 130 раз. За этот промежуток времени эндомиксис повторился 3 раза. Первый раз в 7-ю пятидневку от начала опытов, а затем с промежутками в 9 и 10 пятидневок, с числом поколений в эти периоды 40 и 39. Первые два случая вполне совпали с периодами наиболее сильного падения кривой размножения, но последний случай и здесь не вполне совпал с минимумом темпа размножения, так как в следующую пятидневку число генераций было еще меньше, и инфузория за пять дней поделилась всего лишь один раз.

Затем энергия размножения, как будто, опять поднялась до 4 генераций в пятидневный период, но в следующую пятидневку упала до 3 генераций, и инфузория далее уже потеряла способность делиться и дня три спустя погибла без видимых характерных признаков дегенерации.

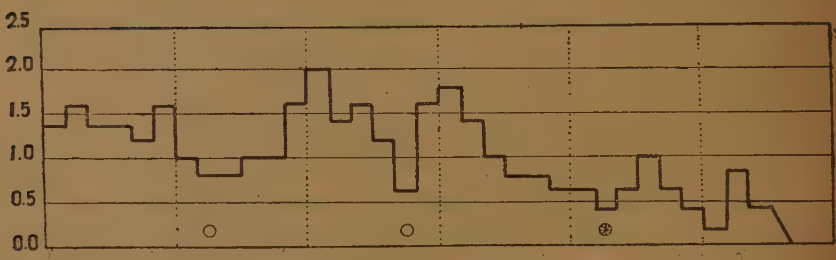
Вторая культура этой расы, культивируемая в разнородной среде с примесью земли, также погибла, прожив все же несколько дольше первой —

Таблица X



Культура IP 1928 г. 1/I—23/V. 130 генераций.

Таблица XI



Культура IIP 1929 г. 1/I—18/VI. 173 генерации.

Кривые размножения культур IP (в однородной среде без земли) и IIP (в разнородной среде с примесью земли). По оси абсцисс — время; по оси ординат — средняя скорость размножения за каждую пятидневку.

169 дней. Здесь также влияние условий среды сказалось, во-первых, в более интенсивном темпе размножения (173 генерации за 169 дней) и, во-вторых, за все время опыта эндомиксис случился только один раз после 162 генераций и спустя 125—130 дней после начала опыта. Этот случай по времени почти совпал с последним случаем эндомиксиса в первой культуре (точнее со следующей пятидневкой). Однако и здесь, после реконструкции ядерного аппарата, заметного ускорения интенсивности размножения

не последовало и, прожив еще немного больше месяца, культура вымерла. Кроме этого случая эндомиксиса, совпавшего вполне точно с периодом наибольшего падения кривой размножения, было еще 2 явно выраженных минимума. Первый — в 8-ю пятидневку, второй — в 17-ю от начала опыта. И опять оба случая почти точно совпали, отставая лишь на одну пятидневку, с периодами пониженной жизнедеятельности первой (IP) культуры расы.

В заключение привожу сводную таблицу (XII), составленную из цифровых данных описанных опытов, кривые размножения которых представлены на таблицах VII—XI.

Таблица XII

Культуры	Продолжительн. опытов (дни)	Число генераций	Число периодов замедленного темпа размножения	Число случаев эндомиксиса	Число совпадений	Число генераций и промежутки времени от начала опытов до 1-го случая с последующими случаями эндомиксиса													
						нач—1 сл.		1—2 сл.		2—3 сл.		3—4 сл.		4—5 сл.		5—6 сл.		6—7 сл.	
						число дней	число генерац.	число дней	число генерац.	число дней	число генерац.	число дней	число генерац.	число дней	число генерац.	число дней	число генерац.	число дней	число генерац.
I A_7	365	358	8	7	3	5	4	45	45	55	46	50	52	75	103	50	56	55	48
II A_7	365	429	8	3	1	5	3	100	102	215	280	—	—	—	—	—	—	—	—
I M	365	463	10	7	2	20	11	90	87	60	68	65	92	35	41	30	32	35	35
II M	365	539	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I P	143	130	3	3	2	30	41	45	40	50	39	—	—	—	—	—	—	—	—
II P	169	173	3	1	1	125	162	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Прежде всего, сравнивая цифры 3-й колонки этой таблицы, можно видеть, что все три культуры (IIA_7 IIM и IIP), воспитывающиеся в разнородных средах с примесью земли, размножались значительно интенсивнее трех параллельных культур (IA_7, IM и IP), которые велись в менее благоприятной среде. Затем цифры следующей 4-й колонки показывают, что, во-первых, ритм размножения не зависит от условий среды, повторяясь в параллельных культурах с одинаковой частотой и, во-вторых, что каждая раса имеет свой определенный ритм. Далее видим из цифр 5-й и 6-й колонок, что число случаев эндомиксиса в культурах не совпадает с ритмом и в общем повторяется реже, чем периоды пониженной жизнедеятельности.

На общее число «депрессий» — 42 — во всех культурах приходится случаев эндомиксиса лишь 21, или 50%; случаев же совпадения еще меньше — из 21 всего 9, или менее 43%. На цифрах этих же колонок видно, насколько в лучших условиях среды сократилось число случаев эндомиксиса. В то время как в трех культурах, содержащихся в однородных средах, всего случаев эндомиксиса было 17, — в параллельных трех культурах их было лишь 4, что составляет менее 23.5%. Так же и по следующим колонкам таблицы видно влияние благоприятной среды, выразившееся в удлинении интервалов между случаями эндомиксиса и увеличении числа генераций.

Таким образом, экспериментальные данные наших опытов, подтверждая выводы предварительных наблюдений, показали, что в культурах *Paramaecium caudatum* эндомиксис, или реконструкция ядерного аппарата, не представляет нормального периодического процесса, неизбежно повторяющегося в цикле вегетативного размножения и необходимого для «омоложения» инфузорий или стимулирования их для дальнейшего размножения.

Во всех опытах, где культуры велись в постоянно сменяемой среде с примесью земли, интервалы между случаями эндомиксиса удалось удлинить, и даже в течение года, в одной культуре, инфузории размножались без реорганизующего процесса. Если этих данных и не достаточно для утверждения того, что *Paramaecium caudatum* могут без реконструкции ядерного аппарата, как и без конъюгации, размножаться безконечно долго, то не больше основания утверждать и противное, как это делает Jollos (47), ссылаясь на свои опыты. Вполне возможно, что если бы опыты были продлены в благоприятных условиях, инфузории еще безконечно долго размножались бы без эндомиксиса, как и без конъюгации.

Причинной связи между реконструкцией ядерного аппарата и понижением жизнедеятельности культур в наших опытах не существовало.

Анализируя данные опытов Woodruff and Erdmann, и на основании своих наблюдений Young (80—81) отрицает существование коррелятивной связи и синхронизма между периодическими замедлениями темпа размножения и реорганизующим процессом. Точно так же в работах Лозина-Лозинского (50—51) из 15 случаев эндомиксиса только в 2-х было совпадение с периодами пониженной жизнедеятельности, в то время как в 8-ми случаях эндомиксис наблюдался в периоды относительного подъема кривой размножения. Chejfec (17), подтвержая отсутствие каких-либо признаков дегенерации в культурах в периоды эндомиксиса, указывает, что реконструкция ядерного аппарата не происходит синхронично и в значительной мере зависит от среды. По наблюдениям Spenser (65) в культурах *Paramae-*

cium calkinsi ясно выражены ритмические колебания темпа размножения, но никаких признаков реконструкции ядерного аппарата автор не наблюдал в периоды упадка энергии размножения.

Наши опыты показали, что такой связи действительно не существует. После нисходящей фазы волны размножения неизбежно следует восходящая, независимо от того, произошла или нет реконструкция ядерного аппарата. Условиями среды, удлинняя или укорачивая интервалы между случаями эндомиксиса, или даже совсем устранив его на продолжительное время, мы не можем устранить ритма размножения, который, имея свои индивидуальные особенности для каждой культуры и данного отрезка времени, повидимому, подчиняется определенной закономерности, характерной для каждой расы и является скорее функцией времени, чем числа генераций. По определению Child (18) постарение заключается в замедлении динамических процессов вследствие диференциации и накопления других одновременных изменений коллоидального вещества, омоложение же представляет собой ускорение динамических процессов, обусловленное восстановлением и дедиференциацией коллоидального вещества. Если даже принять такое определение в качестве физиологической формулировки цепи периодических ускорений и замедлений динамических процессов в потоке размножения наших культур, то роль эндомиксиса, как стимула омоложения, совершенно отпадает. Не говоря уже и о том, что такие периодические ускорения и замедления динамических процессов в культурах происходят независимо от наличия эндомиксиса, ни в наших опытах, ни в опытах Woodruff и других авторов нельзя усмотреть эффекта ускорения этих процессов после реорганизующего процесса.

Правда, во многих случаях, последующий за эндомиксисом период характеризуется относительным ускорением темпа размножения. Но дело в том, что эндомиксис, как случай «разряда половой энергии», скрещиваясь с ритмом размножения в разных его фазах, производит временное торможение вегетативных процессов, так как самый процесс реконструкции ядерного аппарата при нем, как и при конъюгации, требует для своего завершения до 24 и более часов. После сформирования новых ядер, вновь пробудившиеся вегетативные процессы производят эффект ускорения темпа размножения, хотя, на самом деле, волна размножения продолжает свой бег независимо от того, в каком пункте произошло это скрещивание.

Каких-либо заметных изменений коллоидального вещества, накоплений и диференциации у инфузорий в периоды замедлений динамических процессов даже в тех случаях, когда они сопровождаются реконструкцией

ядерного аппарата, обнаружить нельзя, и инфузории одинаково жизнеспособны в нормальных условиях культуры как до эндомиксиса, так и после него.

В сущности, эндомиксис есть не что иное, как своего рода «половой рефлекс», не доведенный до конца, в силу неподходящих условий, половой процесс.

В свое время Maupas полагал, что для успешной конъюгации необходимы три условия: 1 — половая зрелость, 2 — конъюганты не должны быть близкими родственниками и 3 — голод. Мы теперь знаем, что это не совсем так, но несомненно, что для осуществления конъюгации должна быть внутренняя, «физиологическая готовность» инфузории к этому и необходимые внешние условия. В случае эндомиксиса такая «физиологическая готовность» или, выражаясь словами Maupas, «половая зрелость» очевидно налицо, но нет подходящих внешних условий, и в силу этого разряд потенциальной половой энергии, вызванный если и не голодом, то, вероятно, другими какими-нибудь неблагоприятными внешними условиями, выливается в форму подготовительных процессов для конъюгации, не завершаясь амфимиксисом. По нашим наблюдениям даже не всегда микронуклеус претерпевает всю подготовительную эволюцию. Есть основание думать, что в некоторых случаях микронуклеус делится только один раз, и из двух его половинок восстанавливаются новые ядра инфузории.

Таким образом, в случае эндомиксиса, как и при насильственном разъединении конъюгирующих пар в начальных фазах, инфузории, освобожденные от «заряда половой энергии» и избегнув опасной для жизни индивида, но необходимой в интересах вида ядерной сингамии, сохраняют свое динамическое равновесие, и после реконструкции ядерного аппарата вегетативные процессы продолжаются нормальным темпом.

Заканчивая этот очерк, я пользуюсь случаем выразить свою глубокую признательность профессору Сергею Ивановичу Метальникову, которому принадлежала инициатива этой работы и с которым до 1917 г. она велась совместно.

В дальнейшем вести одному такую работу, которая требует ежедневной бесперебойной проверки, было бы совершенно непосильной задачей. Выполнением ее я обязан временным помощникам — некоторым ученикам моим, студентам-биологам б. Таврического университета, а, главным образом, постоянной помощнице в этой многолетней работе — жене моей Ольге Александровне Галаджиевой. За помощь, без которой работа была бы невыполнима, я приношу им свою сердечную благодарность.

Заключение

Подводя итоги этой многолетней работы, в заключение общие выводы можно кратко резюмировать следующим образом:

1. При благоприятных условиях инфузории *Paramaecium caudatum* могут размножаться без конъюгации безконечно долго, не обнаруживая никаких признаков вырождения и не утрачивая своей первоначальной жизнеспособности.

В течении 20 лет и 4 месяцев культуры в условиях, устраняющих всякую возможность полового процесса, при ежедневной изоляции подопытных экземпляров и перенесении их в свежую среду, размножаясь при комнатной температуре в среднем со скоростью 1.06 поколения в сутки, дали 7883 генерации.

2. Доминирующее значение для успеха опытов имеют среды для культур.

Наиболее благоприятными условиями для размножения культур являются разнообразные, постоянно сменяемые, с богатой и разнообразной бактериальной флорой среды, к которым прибавлено небольшое количество земли.

3. Темп размножения культур постоянно колеблется, то ускоряясь, то затухая и зависит как от внешних условий, так и от физико-химических и биологических особенностей живого вещества инфузорий. Благодаря этому кривая размножения представляет неправильную ломаную линию, подчиненную известной закономерности, но никогда не повторяющуюся в деталях.

4. Сезонные изменения температуры при прочих более или менее однородных внешних условиях имеют доминирующее влияние и в значительной мере отражаются на скорости размножения.

В культурах, ведущихся при комнатной температуре, средняя скорость суточного размножения колеблется по сезонам, опускаясь в холодное время ниже средней годовой и превышая ее в теплые месяцы.

Независимо от общего ускорения или замедления вегетативных процессов под влиянием температуры и других внешних факторов, процесс размножения подчинен известному ритму, который зависит, очевидно, от основного свойства живого вещества *Paramaecium* и колеблется в определенных для каждой расы интервалах.

5. Массовой гибели инфузорий, указывающей на вырождение культур по причине отсутствия обновления организма при половом процессе, за все время опытов на протяжении более 20 лет не наблюдалось. Еди-

ничные случаи смерти отдельных инфузорий, имевшие место в культурах, всегда носили характер случайных индивидуальных заболеваний с разнообразной и сложной этиологией. Культуры же, в целом, остаются одинаково жизнеспособными, и инфузории последних генераций отличаются от первого экземпляра, взятого для эксперимента, не более того, насколько отличаются друг от друга две инфузории одной и той же генерации.

6. Способность конъюгировать сохраняется у *Paramaecium caudatum* после продолжительного многолетнего вегетативного размножения.

После многократных безрезультатных попыток вызвать конъюгацию у инфузорий одиночных культур опыты все же удались, и в первый раз конъюгация была получена на 12-м году жизни культур после 4650 генераций, во второй — на 14-м году после 5200 генераций и в третий раз — на 19-м году, когда культура дала уже свыше 7003 поколений.

Легче всего удалось вызвать конъюгацию у инфузорий, отсаженных для размножения в отфильтрованную среду, взятую из массовых культур в период эпидемии конъюгации у последних.

7. Опыты, поставленные для выяснения влияния конъюгации на жизнеспособность инфузорий и скорость их размножения и проведенные над инфузориями, конъюгировавшими после свыше 7000 бесполых генераций, в общем дали отрицательные результаты. Не оказывая никакого «омолаживающего» влияния на участников, в смысле каких нибудь структурных изменений, конъюгация, в большинстве случаев, резко понизила скорость динамических процессов, и в результате ее получились вариации от почти полной утраты способности деления до сохранения нормального для расы темпа размножения. В лучшем случае эксконъюганты сохранили свою жизнеспособность и только не отставали в темпе размножения от контрольных не конъюгировавших инфузорий. В большинство же случаев (до 70%) инфузории потеряли свою жизнеспособность, темп размножения сильно понизился и до конца опытов, длившихся 138 дней, культуры на 57.5% вымерли.

8. В культурах одиночных *Paramaecium caudatum* в цикле бесполого размножения по временам у инфузорий происходит процесс реконструкции ядерного аппарата, получивший название эндомиксиса. Этот процесс, представляющий разряд половой энергии без ядерной сингамии и заключающийся в распаде вегетативного ядра и подготовительных для амфимиксиса эволюциях генеративного, заканчивается восстановлением нового ядерного аппарата из частей успевшего разделиться дважды, а в некоторых случаях, повидимому, только один раз, полового ядра.

9. Эндомиксис в наших опытах не представлял регулярного нормального явления, повторяющегося всегда периодически через определенные интервалы. В зависимости от среды и питания этот процесс может повторяться более или менее часто или редко через большие промежутки времени и даже более года вовсе не появляться.

В однородных средах с более или менее однообразной бактериальной флорой эндомиксис повторяется чаще и носит характер периодических явлений, но в часто сменяемых средах с примесью земли, с более разнообразной и богатой бактериальной флорой, где размножение происходит более интенсивно и инфузории упитаннее, эндомиксис — редкое и случайное явление.

Как конъюгация, которая стимулируется неблагоприятными внешними условиями и выявляется в критический момент, как необходимый для вида, но опасный для индивида процесс, так же и эндомиксис, как «половой рефлекс», выявляется, очевидно, стимулированием внешних условий. Но при хороших условиях питания и благоприятной среде бесполое размножение может не прерываться эндомиксисом, как и конъюгацией, бесконечно долго.

10. Реконструкция ядерного аппарата при эндомиксисе, не имеющая неблагоприятных для бесполого размножения последствий, какое имеет место при конъюгации, не является стимулом омоложения инфузорий и не ускоряет динамических процессов.

После эндомиксиса, временно задерживающего деление инфузорий, и в случаях его частого повторения, иногда совпадающего с периодами замедленного размножения, часто происходит кажущееся ускорение темпа. Но это ускорение не является следствием каких-либо структурных изменений инфузорий и освобождения от накоплений и диференциаций, так как и до этого процесса в нормальных условиях у инфузорий не наблюдается никаких патологических явлений и никаких признаков «старческого вырождения». Ускорение же динамических процессов происходит и помимо эндомиксиса, как нормальное периодическое явление, чередующееся с периодами затухания с более или менее постоянными и определенными для расы интервалами.

11. В благоприятных условиях инфузории *Paramaecium caudatum* могут размножаться бесконечно долго, не переживая старческого вырождения и не нуждаясь ни в конъюгации, ни в реконструкции ядерного аппарата для «омоложения».

Очевидно энергия размножения, как и всякий другой род энергии, имеет свои приливы и отливы.

В живом организме инфузории происходит непрерывная цепь жизненных процессов, влекущих за собой постоянное обновление живого вещества, и, если ничем не нарушено нормальное течение этих процессов, инфузории остаются всегда «юными» и жизнеспособными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andreewa, E. Ueber den Einfluss des Boden als einem Regulierungsfactor des Mediums auf die Kultur *Paramaecium aurelia*. Arch. Prot., Bd. 63, 1928.
2. Balbiani, G. Note relative à l'existence d'une génération sexuelle chez les infusoires. Journ. de la Physiol., I, 1858.
3. Balbiani, G. Du rôle des organes générateurs dans la division spontanée des infusoires ciliés. C. R., XLVIII, 1859.
4. Balbiani, G. Recherches sur les phénomènes sexuels des infusoires. Journ. de la Physiol., IV, 1861.
5. Beers, C. D. On the possibility of indefinite reproduction in the ciliate *Didinium* without conjugation or endomixis. Am. Nat., vol. 63, 1929.
6. Beers, C. D. Some effects of Conjugation in the ciliate *Didinium nasutum*. Journ. Exp. Zool., vol. 58, 1931.
7. Belar, K. Untersuchungen an *Actinophris sol*. Ehr. Arch. Prot., Bd. 46, 1923 und Bd. 48, 1924.
8. Calkins, G. N. Studies on the life history of Protozoa. I. Life cycle of *Paramecium caudatum*. Arch. Entw., vol. 15, 1902. II. Arch. Prot., Bd. I, 1902. III. Biol. Bull., vol. 15, 1903.
9. Calkins, G. N. Studies on the life history of Protozoa; IV. Death of the A — series. Journ. Exp. Zoöl., vol. 1, 1904.
10. Calkins, G. N. Cycles and rhytms and the Problem of inimortability in *Paramecium*. Amer. Nat., XLIX, 1915.
11. Calkins, G. N. General Biology of the protozoan life cycle. Amer. Nat., L, 1916.
12. Calkins, G. N. *Uroleptus mobilis*. I. History of the nuclei during division and conjugation. Journ. Exp. Zoöl., vol. 27, 1919. II. Renewal of vitality through conjugation. Ibid., vol. 29, 1919. III. Effect of parents' age on vitality of offspring. Ibid., vol. 31, 1920. IV. Effect of cutting during conjugation. Ibid., vol. 34, 1921. V. History of a double individual. Ibid., vol. 41, 1924.
13. Calkins, G. N. The Biology of the Protozoa. Philadelphia and New York, 1926.
14. Calkins, G. N. and Gregory. L. H. Variation in the progeny of a single ex-conjugant of *Paramecium caudatum*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 15, 1913.
15. Chatton, E. et M. Sur les conditions nécessaires pour déterminer expérimentalement la conjugation de l'infusoire *Glaucoma scintillans*. C. R. Acad. Sci., 185, 1927.
16. Chatton, E. et M. La conjugation de *Paramecium caudatum* déterminée expérimentalement par modification de la flore bactérienne associée. Races dites conjugantes et non-conjugantes. C. R. Acad.. Sci., CXCIII, 206, 1931.
17. Chejfec, M. Zur Kenntniss des Kernreorganisationsprozesse bei *Paramecium caudatum*. Arch. Prot., Bd. 70, H. I, 1930.
18. Child, C. M. Senescence and rejuvenescence. The University of Chicago, 1915.
19. Dawson, A. The life «cycle» of *Histrio complontus*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 46, 1926.
20. Dawson, A. A comparison of the life «cycles» of certian ciliates. Journ. Exp. Zoöl., vol. 51, 1928.

21. Doflein, F. Das Unsterblichkeitsproblem in Thierreich. Freiburg, 1913.
22. Doflein, F. Das Problem des Todes und der Unsterblichkeit bei den Pflanzen und Thieren. Jena, Fischer, 1919.
23. Dujardin, F. Histoire naturelle des zoophites infusoires comprenant la physiologie et la classification de ces animaux. Paris, 1841.
24. Ehrenberg, C. G. Ueber die Entwicklung und Lebensdauer d. infusionsthiere etc. Abh. d. Berliner Acad., 1831.
25. Ehrenberg, C. G. Die Infusionsthierchen als vollkomene Organismen. Leipzig, 1838.
26. Enriquez, P. Sulla cosi detta «degenerazione senile» dei Protozoi. Monit. Zoöl. Ital., vol. 14, 1903.
27. Enriquez, P. Die Conjugation und Sexuelle Differenzierung der Infusorien. Arch. Prot., Bd. 12, 1908.
28. Enriquez, P. Della de generazione senile degli infusori. Rendic. R. Acad. Lincei, vol. 14, 1905.
29. Enriquez, P. Deumila cinquecento generationi in un infusorio senza coniugazione ne partenogenesi ne depressioni. Rendic. Acad. Sc. Bologna, vol. 20, 1916.
30. Erdmann, Rh. Endomixis and size variations in pure bred lines of *Paramecium aurelia*. Arch. Entw., Bd. 46, 1920.
31. Erdmann, Rh. and Woodruff, L. L. The periodic reorganization process in *Paramecium caudatum*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 20, 1916.
32. Галаджиев, М. А. О бессмертии одноклеточных животных. (Пятнадцать лет культуры инфузории *Paramecium caudatum* без конъюгации). Изв. Научн. Инст. П. Ф. Лесгафта, т. IX, 1924.
33. Галаджиев, М. А. и Мальм, Е. Н. Жизнь морских *protozoa* в культурах в связи с изменениями среды. Изв. Крымск. Исслед. Инст., т. I. 1930.
34. Gregory, L. H. Observations on the life history of *Tillina magna*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 6, 1909.
35. Guanzati, L. Osservaz. e sperenze int. ad un prodig. animaluccio delle unfusioni. 1797. (Auszug durch Th. v. Siebold s. Zeitschr. f. w. Zool. VI, 1855).
36. Hartmann, M. Die dauerend agame Zucht von *Eudorina elegans*. Arch. Prot., Bd. 43, 1921.
37. Hartmann, M. Ueber experimentelle Unsterblichkeit von Protozoen-Individuen. Naturwiss., Bd. 14, 1926.
38. Hartmaher, M. Allgemeine Biologie, 1930.
39. Hertwig, R. Ueber die Konjugation der Infusorien. Abh. d. Acad. Wiss. München, Bd. 17, 1889.
40. Hertwig, R. Ueber Korrelation von Zell-und Kerngrösse und ihre Bedeutung für die geschlechtliche Differenzierung und die Teilung der Zelle. Biol. Cent., vol. 23, 1903.
41. Hertwig, R. Ueber parthenogenese der Infusorien und die Depressionszustande der Protozoen. Biol. Cent., vol. 34, 1914.
42. Jenings, H. S. What Conditions induce conjugation in *Paramecium?* Journ. Exp. Zoöl., vol. 9, 1910.
43. Jenings, H. S. The effect of conjugation in *Paramecium*. Journ. Exp Zoöl., vol. 14, 1913.
44. Jenings, H. S. Life and Death; Heredity and Evolution in unicellular Organisms. Gorham Press, Boston, 1920.
45. Johnson, W. H The reactions of *Paramecium* to solutions of known hydrogen jon concentration. Biol. Bull., vol. LVIII, 1929.
46. Jollos, V. Die Fortpflanzung der Infusorien und die potentielle Unsterblichkeit der Einzelligen. Biol. Cent., Bd. 36, 1916.
47. Jollos. V. Experimentelle Protistenstudien. Arch. Prot., vol. 43, 1921.
48. Joukowsky, D. Beiträge zur Frage nach den Bedingungen der Vermehrung und des Eintritts der Konjugation bei den Ciliaten. Verh. Nat. Med. ver. Heidelberg., vol. 6, 1898.

49. Lillie, F. R. Проблемы оплодотворения (Русский перевод). Современные проблемы естествознания, кн. 29.
50. Лозина-Лозинский, Л. К. К физиологии питания инфузорий. Изв. Н.-иссл. инст. П. Ф. Лесгафта, т. XV, 1929.
51. Losina-Losinsky, L. K. Zur Ehrnährungsphysiologie der Infusorien. Untersuchungen über die Nahrungauswahl und Vermehrung bei *Paramecium caudatum*. Arch. Prot., Bd. 74, 1931.
52. Maupas, E. Recherches expérimentales sur la multiplication des infusoires ciliés. Arch. Zoöl. Exp. et Gén. (2), vol. 6, 1888.
53. Maupas, E. Le rajeunissement karyogamique chez les ciliés. Arch. Zoöl. Exp. et. Gén. (2). vol. 7, 1888—1889.
54. Метальников, С. И. Проблема бессмертия и омоложения в современной биологии. Берлин, 1924.
55. Metalnikoff, S. L'immortalité des organismes unicellulaires. Ann. Inst. Past., vol. 33, 1919.
56. Metalnikoff, S. Dix ans de culture des infusoires sans conjugation. C. R. Acad. Sci. Paris, t. 175, 1922.
57. Метальников, С. И. и Галаджиев, М. А. К вопросу о бессмертии простейших одноклеточных животных. Изв. Акад. Наук, 1916.
58. Метальников, С. И. и Галаджиев, М. А. О бессмертии одноклеточных животных. Изв. Петрогр. биол. лаб., т. XVI, 1917.
59. Moody, J. Observation on the life history of two rare ciliates *Spathidium spathula*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 2, 1905.
60. Moore, E. L Endomixis and encystemement in *Spathidium spathula*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 39, 1924.
61. Popoff, M. Depression der Protozoenzelle und der Geschlechtszellen der Metazoen. Arch. Prot., Suppl Bd. I, 1907.
62. Popoff, M. Experimentelle Zellstudien. Arch. f. Zellf., Bd. I, 1908.
63. Савич, В. Т. Влияние реакции среды на пресноводных инфузорий. Изв. Инст. эксп. биол., т. I, 1926.
64. Saussure, H. B. 1769. (См. франц. перевод соч. Spallanzani L.) Opuscules de physique animale et végétale. Trad. de l'italien p. J. Senebier. Genève, 1779.
65. Spencer, H. Studies of a pedigree culture of *Paramecium calkinsi*. Journ. Morph., vol. 38, 1925.
66. Weismann, A. Ueber die Dauer des Lebens. Jena, 1882.
67. Weismann, A. Ueber Leben und Tod. Eine biologische Untersuchung. Jena, 1884.
68. Woodruff, L. L. An experimental study on the life istory of *Hypotrichus infosoria*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 2, 1905.
69. Woodruff, L. L. The effects of excretion products of *Paramecium* on the rate of reproduction Journ. Exp. Zoöl., vol. 10, 1911.
70. Woodruff, L. L. The effects of excretion products of infusoria on the same and on different species with special refereuce to the protozoan sequence in infusions. Journ. Exp. Zoöl., vol. 14, 1913.
71. Woodruff, L. L. So-called conjugating and non-conjugating races of *Paramecium*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 16, 1914.
72. Woodruff, L. L. 3300 Generationen von *Paramecium* ohne Konjugation und künstliche Reizung. Biol. Zentr., Bd. 33, 1913.
73. Woodruff, L. L. The influence of general environmental conditions on the periodicity of endomixis in *Paramecium aurelia*. Biol. Bull., vol. 33, 1917.
74. Woodruff, L. L. The present status of the long continued pedigree culture of *Paramecium aurelia* at Yale Univ. Proc. Nat. Acad. Sc., vol. 7, 1921.
75. Woodruff, L. L. Thirteen thousands generations of *Paramecium*. Proc. Soc. Exp. Biol. Med., vol. 26, 1929.

76. Woodruff, L. L. and. Baitsell. Rhytms in the reproductive activity of infusoria. Journ. Exp. Zoöl., vol. II, 1911.
77. Woodruff, L. L. and Erdmann, Rh. A normal periodic reorganization process without Cell fusion in *Paramecium*. Journ Exp. Zoöl., vol. 17, 1914.
78. Woodruff, L. L. and Moore E. L. On the longevity of *Spathidium spathula* without endomixis or conjugation. Proc. Nat. Acad. Sc., vol. 10, 1924.
79. Young, R. T. Experimental induction of endomixis in *Paramecium aurelia*. Journ. Exp. Zoöl., vol. 24, 1917.
80. Young, R. T. The relation of rhytms and endomixis, their periodicity and synchronism in *Paramecium aurelia*. Biol. Bull., vol. 35, 1918.

M. GALADŽIEV (M. GALADJIEFF). DAS UNSTERBLICHKEITSPROBLEM DER PROTISTEN

ZUSAMMENFASSUNG

Das Unsterblichkeitsproblem der Protisten im Zusammenhang mit ihrer geschlechtslosen Vermehrung mittels Teilung, ebenso wie die Frage von der Bedeutung des Geschlechtsprozesses bei ihnen, — das sind Fragen, die seiner Zeit hauptsächich von A. Weissmann erhoben wurden, — haben noch bis jetzt ihr Interesse nicht verloren und nehmen in der biologischen Literatur eine bedeutende Stellung ein.

Die Ideen von Maupas über den Grenzcyclus der Vermehrung der Infusorien und über die verjüngende Bedeutung der Conjugation, Ideen, die, wie bekannt, lange in der Biologie geherrscht haben, wurden in letzter Zeit auf Grund der Arbeiten vieler Autoren verworfen und haben eine neue Erklärung erhalten.

Doch ist eine ganze Reihe von Fragen, die zu diesen Problemen gehören, bis jetzt unaufgeklärt geblieben und um sie zu lösen, sind gegenwärtig in vielen Laboratorien Europas und Amerikas experimentelle Arbeiten mit der Kultur der Protisten vorgenommen worden.

Um sich der Lösung einiger dieser Fragen, die grosses Interesse hervorriefen, zu nähern, haben wir, gemeinsam mit Professor S. I. Metalnikow, noch im Jahre 1910 die Arbeiten über die Kultur des Infusoriums *Paramaecium caudatum*[1] angefangen. Von Anfang an bis zur jetzigen Zeit sind die Kulturen mit genauer Berechnung der Zahl der Generationen geführt worden, indem man täglich die Versuchsexemplare isolierte und das Medium wechselte. Auf diese Weise, unter Bedingungen, die jede Möglichkeit der Conjugation ausschliessen,

[1] Diese Kulturen wurden von S. I. Metalnikow noch im Februar 1908 begonnen und zuerst im ehemaligen Tzarskoje Selo (jetzt Djetskoje Selo) ausgeführt. In den zwei ersten Jahren wurde die Arbeit noch ohne strenge Berechnung der Zahl der Generationen geführt, und deswegen sind die Resultate der ehemaligen Arbeit in die allgemeine Revision nicht eingeschlossen. Seit 1910 wurden die Kulturen in das Biologische Laboratorium Lesshaft's (Leningrad) übertragen und wurden von uns zusammen bis 1917 geführt. Im Jahre 1917 habe ich dieselben Kulturen in die Krim übergeführt, wo ich sie an der Biologischen Station der Akademie der Wissenschaften von USSR in Sewastopol bis jetzt fortführe.

wurden die Versuche während 20 Jahren und 4 Monaten (seit August 1910 bis zum 1-sten Januar 1931) geführt.

Ausser diesen Versuchen mit 10 Hauptkulturen, die hauptsächlich zum Zwecke geführt werden um die möglichen Grenzen der Vermehrung von *Paramaecium caudatum* mittels Teilung, ohne Conjugation, sowie die Zahl der Generationen, und die periodischen Schwankungen des Vermehrungstempo au zuklären — wurden gleichzeitig parallele Versuche mit den Infusorien derselben Stammkultur angestellt, welche, nach einer anhaltenden Periode ihrer vegetativen Vermehrung, zu conjugieren im Stande waren.

Der Zweck dieser Versuche war die Aufklärung des Einflusses des, eine längere Zeit abwesenden, Geschlechtsprozesses auf die Lebensfähigkeit der Rasse und das Tempo der Vermehrung.

Endlich haben wir auch eine Reihe von Versuchen mit verschiedenen Rassen von *Paramaecium caudatum* durchgeführt, die in verschiedenartigen Medien kultiviert wurden. Diese Kulturen dauerten über ein Jahr, wurden sorgfältig isoliert und der Zustand des Kernapparates auf strengste Weise kontrolliert; sie wurden angestellt um den Einfluss der Rekonstruktion des Kernapparates — der Endomixis, welche zeitweilig bei Infusorien entsteht, auf die Schnelligkeit der dynamischen Prozesse der Vermehrung, wie auch die Periodicität dieser Erscheinung, und ihre Beziehung auf die Bedingungen des Mediums und der Ernährung aufzuklären.

Die Rezultate dieser Versuche kann man kurz auf folgende Weise zusammenfassen.

1. Die Protisten *Paramaecium caudatum* können unter günstigen Bedingungen sich unendlich lange ohne Conjugation vermehren ohne irgend welche Zeichen der Altersdegeneration aufzuweisen und ihre ursprüngliche Lebensfähigkeit zu verlieren.

Während 20 Jahre und 4 Monaten gaben diese Kulturen 7833 Generationen, sich unter folgenden Bedingungen befindend: jede Möglichkeit der Conjugation war ausgeschlossen, täglich wurden die Versuchsexemplare isoliert und in ein frisches Medium übertragen, dabei vermehrten sie sich täglich bei Zimmertemperatur mit der Schnelligkeit von durchschnittlich 1.06 Generationen pro jede 24 Stunden.

2. Die Medien der Kulturen hatten eine dominierende Bedeutung für den Erfolg der Versuche.

Die günstigsten Bedingungen für die Vermehrung der Kulturen bieten die verschiedenen, immer gewechselten, Medien mit einer reichen heterogenen Mikroflora und Mikrofauna und einem geringen Zusatz von Erde dar.

3. Das Vermehrungstempo der Kulturen bleibt immer ein schwankendes, indem es sich bald beschleunigt, bald verlangsamt und hängt wie von äusserlichen, so auch von physiko-chemischen und biologischen Eigenheiten der lebenden Protistensubstanz selbst ab. Deswegen stellt sogar die Kurve, welche von den mittleren der Vermehrung der Kulturen gebildet ist, eine unregelmässige, gebrochene Linie dar; und obwohl sie einer gewissen Gesetzmässigkeit unterworfen ist, wird sie jedoch in Detaillen nie wiederholt.

4. Die Saisonänderungen der Temperatur, bei allen anderen, mehr oder weniger gleichen äusserlichen Bedingungen, haben einen grossen Einfluss, was, in einem gewissen Grade, auf die allgemeine Schnelligkeit der Vermehrung wirkt.

Die mittlere Schnelligkeit der Vermehrung bei den Kulturen, die sich in Zimmertemperatur befinden, schwankt je nach der Saison in den Grenzen von 0.77—1.47 Generationen pro Tag, dabei sinkt sie während der kalten Zeit unter die mittlere jährliche (1.05) und überschreitet dieselbe in der warmen Jahreszeit, d. h. in den Sommermonaten.

5. Unabhängig von der gesamten Beschleunigug oder Verlangsamung der vegetativen Prozesse, unter der Wirkung der Temperatur und anderen äusserlichen Faktoren, unterwirft sich der Vermehrungsprozess einem gewissen Rhytmus, welcher offenbar von der Grundeigenschaft der lebenden Substanz des Infusoriums abhängt; dieser Rhythmus schwankt in bestimmten, für jede Rasse eigenen Intervallen und erweist sich am deutlichsten an den individuellen Vermehrungskurven jeder Linie.

6. Während der ganzen Versuchszeit, d. h. über 20 Jahre, wurde kein massenhaftes Umkommen der Infusorien beobachtet, welches auf die Degeneration der Kulturen, wegen Abwesenheit der Organismuserneuerung beim Geschlechtsprozesse, hinweisen konnte. Die einzigen Todesfälle gewisser Exemplare, die in Kulturen stattfanden, hatten immer einen Charakter individueller, zufälliger Erkrankungen gehabt, mit sehr verschiedener und komplizierter Aetiologie. Alle Kulturen haben im Ganzen die gleiche Lebensfähigheit, und die Infusorien der letzten Generationen unterscheiden sich von dem ursprünglichen, für das Experiment genommenen, Exemplar nur äusserlich; dieser Unterschied ist nicht grösser als wenn man zwei Infusorien ein und derselben Generation vergleicht.

7. Die Infusorien *Paramaecium caudatum* behalten ihre Conjugationsfähigkeit nach einer jahrelang dauernden Periode der vegetativen Vermehrung. Mehrfache Versuche die Conjugation bei Infusorien der einzelnen Kulturen hervorzurufen, blieben zuerst erfolglos, endlich gelangen die Experimente und zum ersten Male hat man die Conjugation im 12-ten Jahre des Kulturlebens nach 4650 Generationen erhalten, zum 2-tem — im 14-ten Jahre nach 5200 Generationen und zum 3-ten — im 19-ten Jahre, als die Kulturen schon über 7003 geschlechtslose Generationen gegeben hatten.

Am leichtesten gelang es die Conjugation bei den Infusorien hervorzurufen, wenn man sie in abfiltrierte Medien setzte, welche man von den alten Massenkulturen der «wilden» *Paramaecium caudatum* genommen hatte, während der Periode ihrer Conjugationsepidemie.

8. Die Resultate der zur Aufklärung der Einwirkung der Conjugation auf die Schnelligkeit der Vermehrung und die Lebensfähigkeit der Kulturen unternommenen Versuche, welche mit solchen Infusorien angestellt wurden, die nach mehr als 7000 gechlechtslosen Generationen conjugierten, — erwiesen sich im Ganzen als negative. Ohne irgend einen «verjüngenden» Einfluss auf die Versuchstiere im Sinne der Strukturveränderungen zu haben, hat die Conjugation

meistenteils die Schnelligkeit der dynamischen Prozesse stark herabgesetzt und als Resultat erhielt man Variationen, von denen die einen ihre Teilungsfähigkeit fast ganz verloren hatten, während die Anderen noch das, für ihre Rasse normale, Vermehrungstempo bewahrten. Im besten Falle haben die Exconjuganten ihre Lebensfähigkeit erhalten und blieben in der Vermehrungsschnelligkeit hinter den nicht conjugierenden Kontrollinfusorien nicht zurück.

Meistenteils aber (bis 70%) verloren die Infusorien ihre Lebensfähigkeit, das Vermehrungstempo hat sich stark herabgesetzt und bis zum Ende der Versuche, die 138 Tage dauerten, kamen die conjugierenden Linien der Kulturen bis zu 57.5% um.

9. In Kulturen der einzelnen Paramäcien caudatum kann der normale Verlauf der vegetativen Vermehrung durch einen eigenthümlichen partenogenetischen Prozess, der den Namen der «Endomixis» erhielt, zuweilen gestört werden. Dieser Prozess, welcher eine Geschlechtsentladung ohne Kernsyngamie darstellt und aus dem Zerfall des vegetativen Kerns und den, zur Amphimixis vorbereitenden Evolutionen des generativen Kerns besteht, endet mit der Rekonstruktion eines neuen Kernapparats des Infusoriums aus den Teilen des Geschlechtskerns, welcher sich schon zweimal, in manchen Fällen aber, wie es scheint, nur einmal geteilt hatte.

10. In unseren Versuchen stellte die Endomixis keine regelmässige, normale, sich immer periodisch nach bestimmten Intervallen wiederholende, Erscheinung dar. Dieser Prozess kann sich, abhängig vom Medium und der Ernährung mehr oder weniger oft oder selten wiederholen, einige Male aber, kann er in grossen Zeitsperioden sogar über ein Jahr überhaupt nicht vorkommen.

In gleichartigen Medien mit einer mehr oder weniger gleichen bakterialen Flora wiederholt sich die Endomixis öfter und kann sogar den Charakter der periodischen Erscheinungen haben; in verschiedenartigen, oft wechselnden Medien, aber mit Zusatz von Erde und wo die Ernährungsmittel viel mannigfaltiger sind, ist die Endomixis eine seltene und zufällige Erscheinung.

11. Wie die Conjugation, welche durch die ungünstigen äussserlichen Bedingungen stimuliert wird und sich in einem kritischen Momente, als einen für den Organismus gefährlichen, doch für die ganze Art vorteilhaften Prozess erweist, so erscheint auch die Endomixis seitens des Organismus, als eine Antwortreaktion auf die ungünstigen äusserlichen Bedingungen, in der Art eines, so zu sagen, «Geschlechtsreflexes». Bei guten Bedingungen der Ernährung und bei günstigem Medium aber, kann die geschlechtslose Vermehrung weder durch die Endomixis, noch durch die Conjugation, unendlich lange gestört werden.

12. Die Rekonstruktion des Kernapparats bei der Endomixis, ohne eine neue individuelle Masse der lebenden Substanz zu bilden und ohne die, für die geschlechtslose Vermehrung unangenehmen Folgen zu haben, die bei der Conjugation entstehen,—erscheint in derselben Zeit nicht als ein Stimulus der «Verjüngung» und beschleunigt die dynamischen Prozesse nicht.

Nach der Endomixis, welche die dynamischen Prozesse hemmt, und in Fällen ihrer ölteren Wiederholung zuweilen mit den periodischen Verlang-

samungen des Vermehrungstempo zusammentrifft, kann eine scheinbare Beschleunigung der Teilung beobachtet werden. Diese Beschleunigung ist aber nicht die Folge irgend welcher Strukturänderungen der lebenden Substanz des Infusoriums, auch ist es keine Befreiung von der Anhäufung der Differenzierungen, da auch vor diesem Prozesse bei dem Infusorium bei normalen Bedingungen keine pathologischen Erscheinungen und keine Zeichen der «Altersdegeneration» beobachtet werden. Die Beschleunigung der dynamischen Prozesse geschieht auch ohne Endomixis, als eine normale periodische Erscheinung, die mit den Perioden der Verlangsamung des Tempos mit mehr oder weniger beständigen, und für die Rasse bestimmten Intervallen, wechselt.

Die Vermehrungsenergie hat offenbar, wie jede andere Art Energie, ihre eigenen «Ebben und Fluten».

13. Unter günstigen Bedingungen können die Infusorien *Paramaecium caudatum* sich unendlich lange vermehren, ohne eine Altersdegeneration durchzumachen und ohne die Conjugation oder die Rekonstruktion des Kernapparats für ihre Verjüngung zu brauchen.

Im lebenden Organismus des Infusoriums entsteht eine unaufhörliche Kette der Lebensprozesse, die eine beständige Erneuerung der lebenden Substanz hervorrufen; und wenn es keine Gründe gibt, die den normalen Verlauf dieser Prozesse stören, — bleiben die Infusorien stets jung, stets lebensfähig.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles

Отделение математических и естественных наук

О ВЛИЯНИИ ГОРМОНОВ НА ДРОЖЖИ, ПЛЕСНЕВЫЕ ГРИБКИ И БАКТЕРИИ

А. А. ИМШЕНЕЦКОГО

(*Представлено академиком* Г. А. Надсоном)

Период увлечения эндокринологией уступил место периоду критического пересмотра накопленного материала и вытекающей отсюда дальнейшей работы. Изучение внутренней секреции привело к открытию широких возможностей для активного изменения организма животных, и вполне вероятно, что гормоны являются могучими факторами при создании новых форм.

В микробиологии мы имеем ряд микроорганизмов, значение которых для промышленности или сельского хозяйства столь велико, что всякая попытка, направленная к получению новых биологических свойств у них, приобретает особое значение. Получить возможность не только управлять микроорганизмами, но повышать или понижать по желанию их биохимическую активность, стимулировать или замедлять их размножение, на ряду с получением рас с новыми морфо-физиологическими особенностями, — одна из основных задач современной микробиологии.

При экспериментальной разработке этих вопросов влияние гормонов должно быть изучено наравне с другими внешними факторами, применявшимися с этой целью.

По предложению акад. Г. А. Надсона нами был произведен ряд опытов, выясняющих действие гормонов на микроорганизмы.

В первую очередь было изучено влияние тиреоидина.

Прежде чем перейти к литературным данным, касающимся действия этого гормона на амфибий, насекомых, инфузорий и микроорганизмы, мы, не вдаваясь в детали, приведем результаты его действия на высшие организмы.

Ускоряя окислительные процессы в организме, он вызывает усиленный распад жиров и белков, увеличивает количество ферментов в крови,

усиливает рост костей, ускоряет сердечную деятельность, регулирует кальциевый обмен и обладает несомненной способностью активировать деятельность ферментов.

Обратимся с литературе, посвященной влиянию тиреоидина на менее сложно организованные существа.

В 1908 г. Новиков нашел, что препараты щитовидной железы в 5% растворе действуют губительно на *Paramaecium caudatum*, приводя их к смерти спустя 20 мин. Более слабые (0.5—1%) концентрации значительно стимулируют размножение, но величина самих клеток при этом уменьшается. В экстрактах щитовидной железы, по его мнению, имеются не только питательные вещества, но и такие, которые производят изменение в обмене веществ у животных, заставляя последние усиленно размножаться.

К аналогичным выводам пришел и Schumway на основании своих исследований над *Paramaecium*. Woodruff и Swingle, отмечая, как и два ранее упомянутых автора, стимулирующее влияние тиреоидина на инфузорий, считают его не специфичным, так как ускорение деления происходило и от мышечной ткани.

В 1923 г. Cori, а несколько позднее Torrey, Riddle и Brodie приводят данные, подтверждающие предыдущие работы с инфузориями. Эти исследования, в основном устанавливающие стимулирующее действие тиреоидина, вполне гармонируют с опубликованными в 1912 г. классическими наблюдениями Gudernatsch'а. Последний доказал, что, при кормлении головастиков тканью щитовидной железы, рост конечностей и утрачивание хвоста наступает раньше, чем у контрольных. Такое отчетливое ускорение метаморфозы сопровождается, однако, уменьшением массы тела — вырастают экземпляры карлики (pygmy frogs).

Влиянию щитовидной железы также на метаморфоз посвящена работа Terao и Wakamori. Ведя опыты на шелковичных червях, эти авторы нашли, что от действия тиреоидина наступает ускоренный метаморфоз, но не в первой, а во второй генерации.

На ряду с работами, доказывающими стимулирующую способность тиреоидина, имеются исследования, указывающие на задержку развития и роста. Так, Romeis и Dobkiewicz отмечают это по отношению к личинкам мух. Развитие личинок было замедлено, окукливание их и вылупление imago запаздывало на 35 час. Следовательно, здесь имело место задержка роста и метаморфоза.

В 1915 г. Parhorn и Savini установили, что экстракт щитовидной железы, прибавленный к питательной среде, не только задерживает, но и

совсем приостанавливает рост сибиреязвенной и туберкулезной палочек. Опыты Torrey, Riddle и Brodie над *Bact. fluorescens* и *Bact. subtilis* не дали результатов, на основании которых можно было бы говорить о стимулирующем или задерживающем влиянии тиреоидина на рост бактерий. Koshiro Fujita в работе, опубликованной в 1926 г., приводит данные о действии тиреогландоля на рост *Bact. coli*. Прибавляя к 5 см.^{3} бульона 0.2—0.5 гормона, он нашел, что в больших дозах тиреогландоль обладает задерживающим действием на размножение кишечной палочки. Малые дозы также замедляют рост, но незначительно. В недавно опубликованной работе Panà — о действии свежих экстрактов из желез с внутренней секрецией на бактерии и грибки — имеются опыты и с экстрактами из щитовидной железы. Объектом для исследования была также *Bact. coli*. Посев этой бактерии производился на пептонную воду, к которой прибавлялся экстракт из железы в количестве 1 см^3 на каждые 5 см^3 питательной среды. Вытяжка из щитовидной железы действовала в этих условиях на рост кишечной палочки задерживающим образом. Прибавляя экстракт к различным агаровым средам, он производил посев на них различных грибков (*Aspergillus fumigatus*, *Penicillium glaucum*, *Trichotecium roseum*). Наблюдалось также замедление роста. К иным результатам пришел Rabinovitz Sereni в своих опытах с грибком *Corticium Rolfsii*. Под влиянием «endotiroidina» этот микроорганизм давал более пышный рост, размер колонии достигал 35 мм, а в контроле только 10 мм. В литературе имеются данные о действии этого гормона на высшие растения. Так, исследованиями Niethammer'а было установлено, что тиреоидин у высших растений вызывает ускоренное деление клеток и стимулирует рост.

Исходя из работ, указывающих на ускоренный метаморфоз у животных, мы поставили себе основной задачей проследить прорастание спор различных микроорганизмов под влиянием тиреоидина.

Объектами для исследования были, главным образом, дрожжевые и плесневые грибки, а также бактерии. Изучалось действие гормона на следующие микроорганизмы: *Saccharomycodes Ludwigii*, *Mucor Guilliermondii*, *Mucor racemosus*, *Mucor Ramannianus*, *Rhizopus nigricans*. *Bacillus megatherium* и *Bacillus mycoides*.

Все исследования были произведены с препаратом Thyreoidin (Гос. фарм. треста) и Thyroxin (Park Davis)[1]

[1] Thyroxin и ряд других гормонов мы получили от проф. М. П. Николаева. Пользуемся случаем выразить ему глубокую благодарность.

Приводим методику. Для получения культур, содержащих в большом количестве споры, мы пользовались для *Sacch. Ludwigii* средой Городковой, для *Bac. megatherium* и *Bac. mycoides* мясопептонным агаром. Для последних двух микроорганизмов весьма подходящей средой был также 5% водорослевый агар (5 г высушенной и измельченной водоросли *Laminaria saccharina*, 2 г агар-агара и 100 см³ воды), на которой споры появлялись раньше, чем на мясопептонном агаре. Посевы плесневых грибков производились на сусло-агар (98 ч. пивного сусла 7° Ball. и 2 ч. агар-агара. Реакция среды pH 5.8). Из культур, выросших на этих средах, нами приготовлялась взвесь клеток в стерильной водопроводной воде. Непосредственно перед началом опыта приготовлялся 1% водный раствор тиреоидина. С помощью пипетки отмерялось 0.2 см³ взвеси в пробирку и 0.2 см³ 1% раствора тиреоидина. Таким образом, окончательное разведение последнего было 0.5%. Контролем в этих случаях было 0.4 см³ взвеси без прибавления гормона. Для изучения действия гормона на споры в питательной среде взвесь клеток делалась как в обычно применяемом в лаборатории сусле (7° Ball.), так и в разведенном стерильной водопроводной водой до 1/10, 1/100, 1/250, 1/500. К содержимому этих пробирок прибавлялся раствор гормона. Варьируя основное разведение тиреоидина и количество его, вносимое в пробирку, было изучено влияние различной концентрации гормона — 0.02%, 0.1%, 0.3%, 0.5%, 1%, 3%. Спустя различные сроки, из пробирки бралась капля и исследовалась под микроскопом. Часть исследований была произведена с помощью висячей капли, которая приготовлялась из содержимого пробирки непосредственно после смешения взвеси клеток и раствора гормона.

Как в опытах с взвесью клеток, так и в опытах с помещением клеток в сусло различной концентрации, было установлено, что прибавление тиреоидина действует стимулирующим образом на прорастание спор.

Остановимся на *Sacch. Ludwigii*. Через 24 час. при 20° в пробирках с 0.5% раствором гормона, неизмененных соответствующих контролю спор нет. Часть из них копулирует, другая уже дала промицелий (табл. I, A.). Через 48 час. все споры прорастают. В контроле они находятся в том же состоянии, что и до начала опыта (табл. I, B.). Наступившие в пробирках с водой изменения на этом останавливаются, и дальнейшего прорастания не наступает. Споры, находящиеся в сусле, к которому прибавлен гормон, прорастают скорее, чем в контроле. Здесь прибавление тиреоидина ускоряет процесс прорастания, но разница в сроках тем резче, чем более сусло разбавлено. Под влиянием этого гормона споры *Mucor Guilliermondii* и др.

А. А. Имшенецкий. О влиянии гормонов на дрожжи, плесневые грибки и бактерии.



плесневых грибков также прорастают в более краткий промежуток времени. В стерильной водопроводной воде, содержащей 0.5% тиреоидина, через 24 час. при 20° наступает прорастание всех спор, в то время как в контроле не прорастает ни одна (табл. I—C, D, E).

Что касается концентрации тиреоидина, то, как по отношению к дрожжам, так и к плесневым грибкам, было установлено, что оптимальным, в смысле получения эффекта, является 0.5% раствор. При более слабом разведении действие уменьшается и при 0.02% не обнаруживается совсем. Весьма существенно, что повышение концентрации выше 0.5% не сопровождается еще большим сокращением срока, необходимого для прорастания.

В аналогичных опытах со спорами *Bac. megatherium* и *Bac. mycoides* мы не получили вначале четких результатов. В дальнейшем, при увеличении срока наблюдения, и по отношению к спорам этих бактерий было установлено стимулирующее влияние этого гормона на прорастание. (табл. I, F). Но действие его на эти организмы слабее, так как оно обнаруживается спустя 48—72 час. при 25°.

Прорастание спор в стерильной водопроводной воде в присутствии гормона, без прибавления каких бы то ни было веществ, которые могли явиться источником для питания, естественно возбуждало сомнение.

Возникала мысль, но является ли эта стимуляция неспецифической. Не зависит ли эффект просто от внесения питательных веществ вместе с гормоном?

Для выяснения этого вопроса мы произвели следующие контрольные исследования:

1) Перед прибавлением к взвеси клеток гормон инактивировался. Это производилось как нагреванием при 75° в течение часа, так и кипячением в продолжении 20 мин.

2) Вместо гормона к водной взвеси дрожжей прибавлялись высушенные и измельченные: мышцы животного, мозг человека и теленка.

3) Раствор тиреоидина заменялся разведенной сывороткой крови животного.

Во всех этих случаях прорастание спор *Sacch. Ludwigii* не наблюдалось совершенно. Уже a priori можно было предполагать, что белковые вещества, имеющиеся в тиреоидине, не могут иметь серьезного значения, если мы примем во внимание почти полную неспособность дрожжей ассимилировать белки в том виде, в каком они находятся в железистой ткани. По отношению к другим объектам нам пришлось ограничиться инактивацией

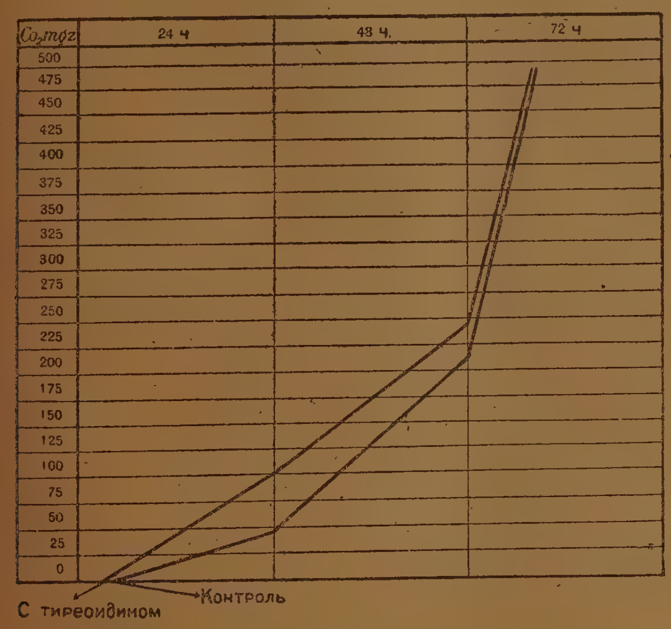
гормона, так как условия их питания делают контрольные исследования другого характера мало доказательными. Однако, эти опыты не исключают окончательно возможности комбинированного действия питательных веществ и специфически влияющего фактора. К этому вопросу мы вернемся в дальнейшем, когда будем производить общую оценку полученных результатов в связи с литературными данными. Для выяснения вопроса о стимулирующем влиянии тиреоидина на размножение дрожжевых и плесневых грибков были произведены следующие опыты.

К 200 см³ стерильного пивного сусла, в колбе, вместимостью в 1 л, прибавлялось 0.5 см³ взвеси дрожжевых клеток, или спор плесневых грибков, и необходимое количество гормона для получения $^1/_2$-процентного раствора. В контрольные колбы, помимо такого же количества взвеси клеток, добавлялась стерильная водопроводная вода в объеме, равном тому количеству раствора тиреоидина, которое употреблялось в основных опытах. Колбы ставились в термостат при t° 25°. В одних случаях через 2, в другие через 4 дня, содержимое колб фильтровалось через фильтры, вес которых был установлен заранее. Фильтры высушивались и снова взвешивались; эти опыты выяснили, что в среде, содержащей гормон, размножение происходит энергичнее, чем в контроле. Для иллюстрации приводим некоторые цифровые данные.

Опыт 236	Вес урожая *Sacch. Ludwigii* в мг			
	с тиреоидином	контроль	с тиреоидином	контроль
2 III				
4 III	230 210	90 110		
6 III			650 670	610 630

Из приведенных данных следует, что размножение стимулируется значительно в течение первых 48 час. В дальнейшем, на 4-й день, разница между цифрами, указывающими на вес урожая, сглаживается. Необходимо упомянуть, что при внесении порошкообразного тиреоидина в воду, мы получали беловатую жидкость, в которой имелись частицы, оседавшие на фильтре при фильтрации, что указывает на неполное растворение. Специальные определения показали, что частицы тиреоидина, задерживаемые фильтром, составляют от 2—5% веса гормона, растворяемого в сусле. Естественно, что это принималось в соображение при вычислении веса урожая. Что касается плесневых грибков, то и тут стимулирующее влияние на жатву грибка (количество наросшей массы) могло быть отмечено, но только более слабое. Такие же опыты с *Bac. megatherium* и *Bac. mycoides* давали столь незначительную разницу в весе по сравнению с контролем, что сделать окончательные выводы не было возможности.

Далее исследовалось влияние, оказываемое тиреоидином на брожение. Сбраживанию подвергался 5% раствор глюкозы в среде Hansen'a (пептона 2.5, $2KH_2PO_4$ 1.0, $MgSO_4$ 0.34, воды 1000.0), к которому прибавлялось необходимое количество тиреоидина и взвесь клеток дрожжей. Результаты учитывались, как обычно, на основании повторных взвешиваний колб и вычисления количества выделившейся углекислоты. Взвешивание производилось ежедневно до полного окончания брожения. Как следует из прилагаемых кривых, брожение в присутствии гормона протекает в течение первых двух дней более энергично (см. фиг. 1).



Фиг. 1

Возникает вопрос, зависит ли это расхождение кривых в течение первых 48 час. от повышения ферментативной способности дрожжевых клеток, или возможно другое объяснение. Как указывалось выше, под влиянием гормона вначале наступает усиленное размножение клеток, и это увеличение их абсолютного числа, повидимому, и является причиной того, что количество сахара в первые сутки сбраживается в среднем в два раза больше, чем в контроле.

Установив стимулирующее влияние тиреоидина на прорастание спор и размножение, мы перешли к изучению морфологических особенностей дрожжей и бактерий, подвергавшихся действию этого гормона.

В виду того, что дрожжи весьма удобный объект для непосредственного изучения морфологических изменений, нами были произведены следующие опыты: из 24-часовой культуры *Sacch. Ludwigii* приготовлялась взвесь клеток в сусле, и к ней добавлялся различной концентрации раствор тиреоидина. Как непосредственно после смешения двух жидкостей, так и спустя различные сроки, из содержимого пробирки бралась капля для микроскопического исследования. Для наблюдения изменений, наступающих в течение первых минут, хорошие результаты дает следующая методика: приготовляется препарат из взвеси клеток, и к краю покровного стекла наносится капля раствора тиреоидина.

Таким путем было установлено, что в течение первых 3—7 мин. клеточные вакуоли от воздействия тиреоидина в разведениях от 0.1—3% начинают изменять свою форму, приобретая самые разнообразные очертания (фиг. 2, А). Других видимых изменений в этот период не наблюдается. В более поздние сроки, спустя 3—4 часа, в капле, взятой из пробирки, начинают встречаться клетки с очень большими вакуолями, протоплазма этих клеток приобретает зернистый характер, количество жира нарастает, и клетки иногда становятся бóльших размеров, чем обычно. Количество этих клеток увеличивается по мере удлинения срока опыта. (фиг. 2, В).

Впервые Г. А. Надсон (1925 г.), установив, что эти изменения дрожжевой клетки могут наступать от различных причин, в частности от лучистой энергии, охарактеризовал их как фазы возбуждения, депрессии и некробиоза. В специальной работе нами это было прослежено по отношению к различным краскам и оказалось, что между степенью некробиотических изменений и токсичностью красок существует прямая зависимость. В данном случае, от действия тиреоидина мы могли наблюдать первые две фазы, причем вторая фаза была реверзибильной, отсутствие же клеток с изменениями, характерными для третьей фазы — некробиоза, указывает на небольшую ядовитость тиреоидина для дрожжей.

По отношению к *Bac. megatherium* и *Bac. mycoides* необходимо сказать, что ни морфологических изменений со стороны самих клеток, ни культуральных различий обнаружено не было.

Перейдем к рассмотрению опытов с тироксином (Park Davis), являющимся химическим чистым препаратом щитовидной железы. Учитывая значительно большую активность этого препарата, мы пользовались теми концентрациями его, которые соответствовали применявшимся нами разведениям тиреоидина. При вычислении мы исходили из следующих данных.

Тироксин содержит 65.02% I_2, препараты щитовидной железы (тиреоидин) 0.17—0.23% I_2. Таким образом, можно принять, что 1 мг тироксина соответствует 0.32 г тиреоидина. Установленными концентрациями тироксина были 1/9000, 1/6000 и 1/3000.

При этих условиях мы не получили заметного эффекта, так как стимуляции прорастания спор и размножения у микроорганизмов не наступило. Ограниченное количество тироксина, имевшегося в нашем распоряжении, не позволило нам, к сожалению, испытать действие его в более высокой концентрации и поставить опыты с брожением.



Фиг. 2

Эти результаты, вызвавшие у нас вначале сомнение, не противоречат, как выяснилось в дальнейшем, литературным данным. Отмечая несравненно более слабое влияние тироксина на *Paramaecium*, чем тиреоидина, Cori считает, что в щитовидной железе имеются, помимо тироксина, вещества, ускоряющие размножение. В исследованиях Woodruff и Swingle чистый тироксин оказывал задерживающее влияние на размножение *Paramaecium*. В связи с этими особенностями действия тироксина необходимо вернуться к опытам с брожением. По этому вопросу в литературе имеются немногочисленные работы. Tomita, изучая алкогольное брожение в присутствии тироксина, установил усиление брожения на 30—50%. Однако, аналогичные опыты Abderhalden'а не дали четких результатов. В его исследованиях как синтетически полученный, так и натуральный тироксин,

вызывали в одних случаях ускорение брожения виноградного сахара, в других — торможение.

Мы видим, что при изучении и биохимических особенностей микроорганизмов тироксин также дает неопределенные результаты. Ближе всего к нашим исследованиям, как по достигнутым результатам, так и по методике, стоит работа Розенова. Прибавляя порошкообразный тиреоидин к среде, содержащей сахар и дрожжи, им было обнаружено, что количество образующейся углекислоты в этих условиях увеличивается.

С целью доказать специфичность действия тиреоидина мы пытались «нейтрализовать» его влияние антитиреоидином. Опыты велись с *Sacch. Ludwigii* и оказалось, что ни стимулирующего, ни задерживающего влияния на прорастание спор и размножение этого организма антитиреоидин не оказывает. Так как антитиреоидин представляет из себя сыворотку животного, то для нас было важно, что в присутствии даже значительного количества (до 25%) этого богатого белками вещества ускорения в прорастании спор не наступило. Эти опыты явились как бы дополнением к тем контрольным, которые были поставлены для выяснения вопроса о неспецифической стимуляции. Одновременное же воздействие антитиреоидина и тиреоидина показало, что, увеличивая количество вносимого в пробирки антитиреоидина, не удается парализовать действие тиреоидина. Последний неизменно оказывает в этих условиях то же действие и в тех же концентрациях, что и в отсутствии антитиреоидина.

Резюмируем вкратце результаты действия тиреоидина. Прорастание спор у дрожжевых и плесневых грибков под его влиянием наступает скорее, так же ускоряется размножение этих микроорганизмов. Стимулирующее действие на прорастание спор у исследованных бактерий выражено слабее, а на размножение отсутствует. В дрожжевой клетке тиреоидин вызывает изменения, характерные для первых двух фаз — возбуждения и депрессии.

Алкогольное брожение под его влиянием протекает энергичнее. Невольно возникает вопрос, в какой мере это стимулирующее действие является специфичным. Не наступают ли здесь изменения благодаря дополнительному внесению питательных веществ?

В некоторых работах о действии тиреоидина этому вопросу уделяется особое внимание. Так, Koshiro Fujita, опасаясь возможности неспецифической стимуляции, приходит к выводу, что количество белков в гормонах (3—4 мг в 1 см^3) столь ничтожно, что их можно не принимать во внимание. В работе Розенова спиртовое брожение после прибавления сыворотки про-

текало еще более энергично, чем при воздействии тиреоидина. Здесь, следовательно, имеется прямое указание на неспецифическую стимуляцию. Новиков не отрицает того, что в экстракте щитовидной железы имеются усвояемые питательные вещества, но на ряду с ними, по его мнению, существуют и специфически действующие вещества, вызывающие усиленное размножение. Ценные сведения по этому вопросу имеются в работе Abderhalden'a. В его исследованиях влияние на рост и развитие головастиков и аксолотлей оказывала не только сама железа, но и продукты ее гидролиза. Отсюда он делает вывод, что действующие субстанции должны быть просты по своей природе, однако, моноаминокислоты, как выяснилось, этой способностью не обладают. Так же безрезультатны были опыты с пептоном, мышцами, легкими, селезенкой и кожей. Интересны также наблюдения Kendall'я, который обнаружил, что после извлечения из железы всего тироксина, остается вещество, обладающее таким же специфическим действием как и тироксин. В другой своей работе Kendall еще более определенно высказывается о действии этого вещества «...its effect is measured as more or less of the same quantity and it does not differ in the quality or native of its action from thyroxin».

Обратимся к результатам собственных исследований. Наиболее убедительным доказательством специфичности являются опыты с инактивированным путем нагревания гормоном. Здесь можно указать на то, что неизвестно в какой мере повышение температуры отражается на усвояемости питательных веществ. Однако, это возражение несущественно, так как нагревание даже до значительно большей t° содержащих белок сред не сопровождается понижением их питательных свойств. Действие различных веществ, содержащих значительное количество белка, как сыворотка, мышцы животного, мозг и антитиреоидин, могло быть изучено лишь по отношению к дрожжам, так как остальные подвергавшиеся исследованию организмы способны к усвоению белков. Данная серия опытов доказывает, что белок этих веществ не усваивается дрожжами.

Более доказательны те результаты, когда повышение концентрации гормона не сопровождалось усилением действия. В этих случаях количество вносимых питательных веществ возрастало и, следовательно, если они играют роль, то результаты были бы иными.

Таким образом, можно утверждать, что тиреоидин обладает специфическим стимулирующим действием. Необходимо заметить, что говорить о специфичности гормонов, строго говоря, нет оснований. В то время как ферменты действуют физико-химически ускоряющим образом на одну

какую-нибудь реакцию, гормоны химически влияют на целый ряд реакций и тем самым лишены специфического действия. Употребляя все же это выражение, мы противопоставляем ему возможность получить тот же эффект с помощью разнообразных веществ, содержащих белок.

Окончательно разрешить этот вопрос, казалось, должны были опыты с тироксином. Но как в наших исследованиях, так и в большинстве работ других авторов, в чистом виде тироксин не обладал ясно выраженным действием на организмы. С другой стороны, имеются, как уже говорилось выше, указания на то, что в ткани железы после извлечения тироксина оставалось активное вещество. Эти данные позволяют высказать предположение, что окончательное разграничение в смысле действия между тироксином и тканью щитовидной железы, взятой в целом, в настоящее время довольно сложно.

Существующие указания в литературе о стимулирующем действии иода на микроорганизмы побудили нас остановиться в процессе работы на выяснении роли этого элемента в наших исследованиях. Исходя из содержания иода в тиреоидине, мы поставили несколько контрольных опытов с растворами металлического иода и иодистого натрия в разведениях 1/100 000 и 1/1 000 000.

В этих условиях не было ни ускоренного прорастания спор, ни стимуляции размножения. Отрицательные результаты опытов с тироксином, в котором иод находится в значительно большом количестве, чем в тиреоидине, также подтверждают, что стимуляция, вызываемая тиреоидином, не зависит от находящегося в нем иода.

Для дальнейшего изучения гормонов мы воспользовались питугландолем (формы Roche), питуикрином и тимином (оба Гос. Фармацевт треста).

Известно, что введением в организм животного измельченного придатка мозга можно вызвать истинный гигантизм и увеличение в размерах внутренних органов. Однако, в опытах Abderhalden'а влияние гипофизиса на головастиков было неопределенным: в одних случаях ускоряющее метаморфоз, в других — не нарушающее их обычного развития. Новиков отмечает незначительную стимуляцию размножения *Paramaecium caudatum* от 1% раствора гипофизарного экстракта. В работе Panà, а также Koshira Fujita, имеются указания на усиленное размножение кишечной палочки под влиянием этого гормона.

Методика наших исследований была такая же, как и в опытах с тиреоидином. Применялся 0.5% и 1% водный раствор.

Как выяснилось, этот гормон на прорастание спор и размножение дрожжевых, плесневых грибков и бактерий действия не оказывает; не вызывает также и заметных цитологических изменений. Сбраживание дрожжами глюкозы в присутствии этого гормона и в контроле было одинаковым. Учитывая, что вилочковая железа действует тормозящим образом на щитовидную, мы подвергали споры дрожжей комбинированному действию тиреоидина и тимина. Несмотря на то, что разведение тиреоидина мы понизили до 0.2%, а концентрацию тимина повысили до 3%, прорастание спор и в воде и в сусле происходило в те же сроки, что и в присутствии одного тиреоидина. Таким образом, ни тимин, ни питугландоль заметного воздействия на наши объекты не оказали.

Следующим подвергавшимся изучению гормоном был адреналин.

Остановимся на некоторых литературных данных.

Вытяжки из надпочечника в опытах Abderhalden'а с аксолотлями и головастиками вызывали уменьшение размера тела у животных.

Новиков указывает, что 0.5% и 1% растворы экстракта этой железы никакого влияния на размножение инфузорий не оказывают. Аналогичные опыты Chambers'а дали иные результаты — деление инфузорий (*Paramaecium caudatum*) было ускоренным. Panà, изучая действие экстракта из надпочечника и чистого адреналина на бактерии и грибки (*Bact. coli*, *Aspergillus fumigatus*, *Penicillium digitatum* и др.), указывает на задержку их роста.

Отмечая торможение роста кишечной палочки от супраренина, Koshiro Fujita оставляет открытым вопрос о том, зависит ли это от самого супраренина или продуктов его окисления. Специально действию ткани надпочечной железы на бактерии посвящена работа Pesch'а и Strelow'а. Их наблюдения показали, что на рост стафилококка, тифозной и кишечной палочки ткань как коры, так и мозгового вещества надпочечника, влияния не оказывает. Но на рост дифтерийной палочки мозговое вещество действует сильно задерживающим образом. Эти авторы считают, что обнаруженное Herwerden'ом ускорение, под влиянием вытяжки надпочечника, роста и размножения дафний зависит не от непосредственного действия, а от связывания «ядовитых веществ». Итак, мы видим, что в литературе имеются противоречивые сведения о действии гормона надпочечника.

Перейдем к собственным исследованиям.

Применялся раствор химически чистого адреналина (Park Davis). Раствор приготовлялся непосредственно перед постановкой опыта. Применявшиеся разведения были 1/100, 1/10 000 и 1/100 000. Методика исследований не отличалась от применявшейся ранее.

В этой серии опытов интересны результаты, полученные при действии адреналина на дрожжи *Sacch. Ludwigii*. Под влиянием этого гормона в клетках, после кратковременной первой фазы возбуждения, описанной ранее в опытах с тиреоидином, через 18—24 час. наступали своеобразные изменения клеток. Они становятся удлиненными, достигая в длину до 60—70 μ. Мицелевидный характер этих клеток с перетяжками и четковидными утолщениями указывает на задержку процесса отделения вновь возникших клеток.

В одних случаях перегородка между клетками видна, в других она отсутствует совершенно. Количество жира в этих клетках увеличено, плазма зерниста и вакуолизирована, причем в клетке может быть 10—15 вакуолей различной величины (табл. II, A).

Эти изменения оказались нестойкими, так как клетки при дальнейших пересевах клетки приобрели обычную форму. На прорастание спор и размножение дрожжевых, плесневых грибков и бактерий адреналин действия не оказал.

Последним, изучавшимся нами гормоном был инсулин.

Hemingsen опубликовал данные, касающиеся действия этого гормона на гусениц (*Sphinx ligustri, Bombyx mori, Phalera bucephala* и др.) и крабов. В его опытах инсулин не влиял непосредственно на скорость исчезновения вспрыскиваемого в кровь сахара, но спустя некоторое время наблюдалось усиление дыхания, что указывает на повышение углеводистого обмена.

У Koshiro Fujita инсулин на рост кишечной палочки никакого действия не оказывал.

Там, где авторы изучали влияние инсулина на спиртовое брожение, выяснилось, что этот гормон энергии брожения не изменяет.

Сюда следует отнести работы Euler'a и Myrbäck'a, Furth'a.

Приступая к работе с инсулином, мы исходили из следующих данных. 1 мг чистого инсулина соответствует 1.5 условным международным единицам гормона. Перед опытом мы прибавляли 25 мг инсулина к 5 см^3 стерильной водопроводной воды. Таким образом, 1 см^3 раствора содержал 5 мг гормона (7.5 единиц).

В дальнейшем, мы, как обычно, прибавляли гормон к взвеси клеток в воде или разведенном сусле. Особенности физиологического действия гормона побудили нас обратить внимание на содержание гликогена в дрожжах, и поэтому мы в качестве объекта пользовались *Saccharomyces cerevisiae* (берлинская винокуренная раса XII). Производя раствором Люголя окраску

гликогена, мы могли отметить, что количество гликогена в клетках, находившихся в растворе инсулина, меньше, чем в дрожжах, не подвергавшихся действию этого гормона.

Эти изменения наступают от действия 0.25% раствора спустя 8 час. и через 24—48 час. сохраняются полностью.

На табл. II, B, C видно, что таких интенсивно окрашенных участков, соответствующих более обильным скоплениям гликогена в ограниченных участках протоплазмы, какие видны в дрожжах, находившихся в обычных условиях в клетках, помещенных в раствор инсулина, — нет.

По аналогии с ранее произведенными опытами с тиреоидином определялся вес урожая, причем оказалось, что инсулин на размножение не влияет. Безрезультатны были также опыты над прорастанием спор дрожжей и с брожением.

В настоящее время общепризнано, что количество образующегося гликогена в дрожжевой клетке может значительно колебаться от условий, в которых находится организм.

Влияние температуры, характер азотистого и углеродного питания, степень аэрации и другие моменты несомненно играют роль. Исследования Kayser'а и Boullange показали, что обильное отложение гликогена в клетках и доступ воздуха к культуре находятся в обратно пропорциональных отношениях. Чем больше среда обогащается кислородом, тем меньше гликогена в дрожжах. Почти полное исчезновение гликогена в дрожжевых клетках, наблюдавшееся нами от действия инсулина, зависит, повидимому, от активации фермента гликогеназы.

Подведем итоги наших исследований. Некоторые из испытанных нами гормонов обладали способностью изменять морфо-физиологические особенности микроорганизмов. Значительный интерес представляет стимуляция размножения и прорастания спор под влиянием тиреоидина.

Можно ли ее рассматривать как только ускорение предначертанного заранее процесса?

Помещение организмов в среду, содержащую экстракт инкреторных желез, естественно сопровождается изменением внешних условий существования. Если считать, что это изменение лишь вызывает преформированные процессы, тогда роль внешних факторов в создании нового направления в развитии равна нулю. Не касаясь обильного фактического материала, имеющегося в микробиологической литературе и опровергающего эту точку зрения, укажем, что и результаты наших опытов говорят о другом. Воздействие адреналина в определенной концентрации вызывало у *Saccha-*

romycodes Ludwigii появление вытянутых в длину клеток, резко отличающихся от обычных; заметим здесь же, что опыты с тиреоидином этих изменений не дали.

Мы, следовательно, видим, что внешние факторы могут принимать участие и в изменении существенных особенностей организма. При стимуляции прорастания спор и размножения мы имеем, несомненно, не повторение тех же явлений, только в более ускоренных темпах, а изменение корреляций в организме, приобретение новых свойств и, как проявление последних, сокращение срока прорастания.

Ускорение размножения клеток и прорастания спор вызывается не с помощью гормонов, «подстегивающих» намеченный ранее процесс, они не только открывают путь для существующих возможностей, а обусловливают возникновение нового, качественно отличного процесса. Гормоны одновременно и вызывают и создают стимуляцию.

Однако, действие внешних влияний ограничено мерой, которая зависит от особенностей данного организма. Отсюда следует, что изменения не могут носить неограниченный характер, а являются направленными, и их направленность зависит от предшествующего состояния организма.

Проиллюстрируем это примерами из наших исследований. Столь отчетливое ускорение прорастания спор и дрожжей от действия тиреоидина сменилось весьма незначительным эффектом, как только мы перешли к опытам с иначе организованными бактериями. Воздействие адреналина на клетки *Sacch. Ludwigii* вызывало появление мицелиевидных клеток, т. е. наступали отклонения в структуре, характер которых соответствует особенностям этой группы организмов.

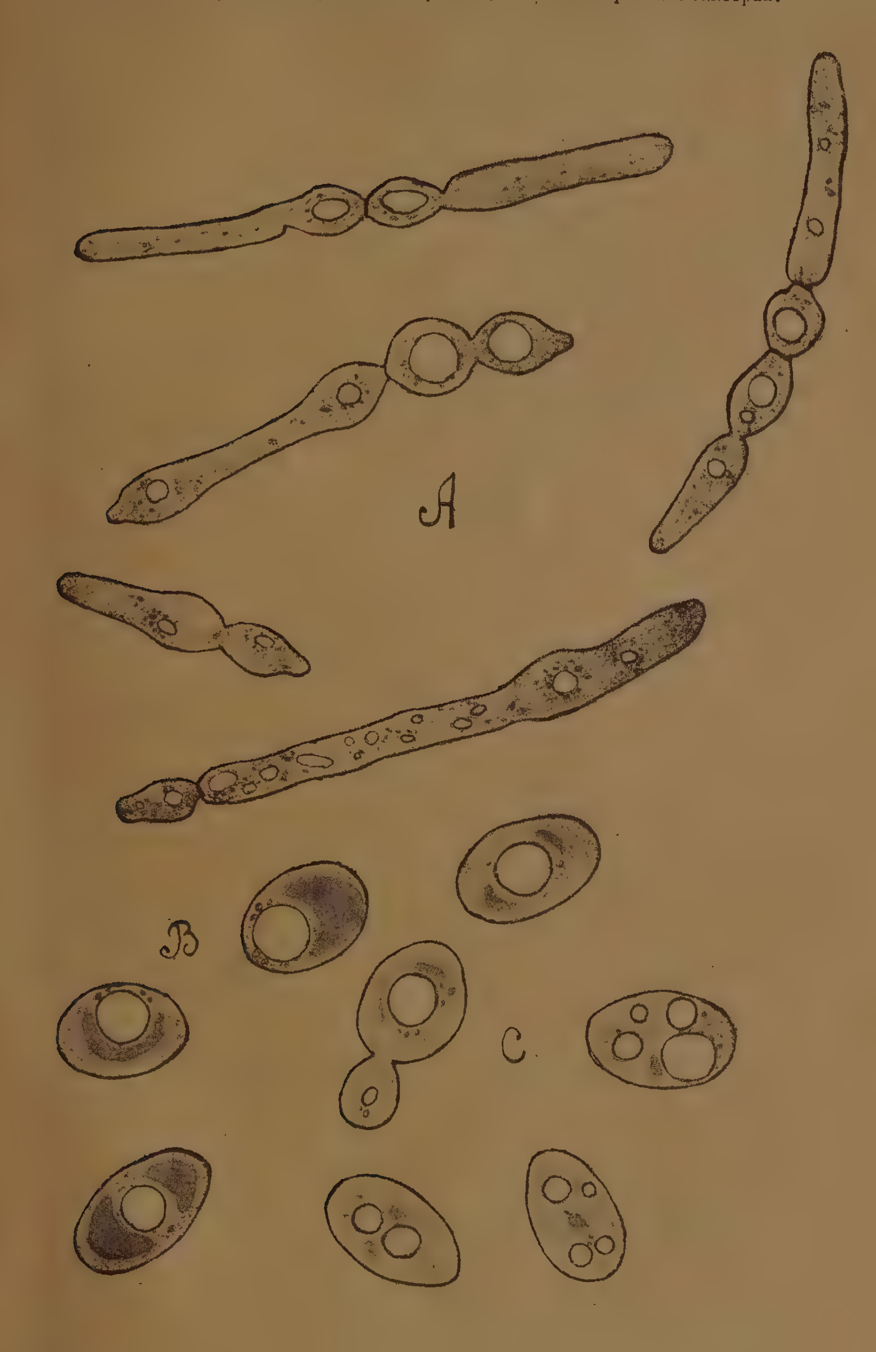
Все это указывает на то, что несомненная способность внешних условий отклонять развитие носит относительный характер.

Она ограничена возможностями данного организма, но не предопределена ими.

При уяснении действия гормонов необходимо исходить из опосредования этих факторов микроорганизмами. Экстракты внутрисекреторных желез, проникая в клетку, в значительной степени изменяют ее физиологическое состояние, и, перестав быть действующим извне фактором, только с этого момента выступают как действующая причина последующих изменений.

Выше мы указывали на то, что в наших опытах инсулин вызывает исчезновение гликогена не непосредственным действием, а благодаря сложным процессам ферментативного характера, возникающим в клетке.

А. А. Имшенецкий. О влиянии гормонов на дрожжи, плесневые грибки и бактерии.



Здесь уместно указать на то, что воспринимаемые нами изменения в некоторых случаях противоречат вышеизложенному. Так, например, действие различных факторов на дрожжевую клетку вызывает одни и те же реактивные изменения — фазы возбуждения и депрессии.

Создается впечатление, что независимо от характера раздражителя ответ со стороны микроорганизмов тожественен.

Очевидно, что это всецело зависит от современного состояния наших методов исследования. Нужно думать, что в каждом отдельном случае мы имеем своеобразный процесс, тонкости которого нам пока еще недоступны, а одни лишь более видимые морфологические изменения недостаточны для решения этого вопроса.

За внешними факторами необходимо сохранить способность вызывать самые различные отклонения в структуре и химизме организма. Напомним хотя бы результаты наших опытов с исчезновением гликогена из дрожжевой клетки от воздействия инсулина. Ни один из других изучавшихся нами гормонов, как мы могли в этом убедиться, этих изменений не давал.

Наши исследования являются одной из первых попыток изучения влияния гормонов на дрожжевые и плесневые грибки, поэтому вполне естественно, что рассчитывать на непосредственное практическое использование полученных результатов, без предшествующего проведения опыта в более широком масштабе, явилось бы преждевременным.

Укажем, как на одну из намечающихся возможностей, на прибавление ткани щитовидной железы к субстрату, применяемому для получения кормовых дрожжей, с целью повысить их урожай.

Возможно, что оставшееся незначительное количество гормона будет одновременно служить для молодых животных фактором, усиливающим их рост.

Считаем своим долгом выразить глубокую благодарность академику Г. А. Надсону за его указания и советы.

Микробиологическая Лаборатория
Академии Наук СССР
1932

ЛИТЕРАТУРА

1. Nadson, G. A. Über die Primärwirkung d. Radiumstrahlen auf die lebendige Substanz. Bioch. Ztschr., Bd. 155, S. 381, 1925.
2. —— Über. d Wirkung d. Radiums auf d. Hefepilze u. s. w. Ann. d. Roentg. et Radiol., Leningrad, t. I, p. 47, 1922.
3. Nadson, G. et Stern, C. De l'action des rayons ultra-violets et des rayons X sur la cellule des levures. C. R. A. S., 1931.
4. Имшенецкий, А. О сенсибилизации дрожжей красками к рентгеновым лучам. ИМЕН АН СССР, 1932.
5. Nowikoff, M. Über die Wirkung der Schildrüsenextrakts und einiger anderer Organstoffe auf Ciliaten. Arch. f. Protistk. Bd. 11, S. 309, 1908.
6. Schumway. W. Journ exp. Zool. Vol. 22, p. 529, 1917.
7. Gudernatsch, J. The influence of Specific organs given as food on growth and differentiation Arch. f. Entwicklungsmech. Bd. 53, S. 457, 1913.
8 Woodruf, L. a. Swingle, W. Proc Soc. Exp. Biol. a. Med. Vol. 20, p. 386, 1922—1923.
9. Cori. Amer. Journ. of Physiol. Vol. 65, p. 295, 1923.
10 Koshiro Fujita Über die Wirkung von Wirbeltierhormonen auf das Bakterienwachstum. Ztbl. f. Bakt. I Abt., Orig. Bd. 97, S. 31, 1926.
11. Terao, A. a. Wakamori, N. Jap. Med. World. Vol. 4, S 68, 1924.
12. Romeis, B. u. Dobkiewicz, L. Experimentelle Untersuchungen über die Wirkung von Wirbeltierhormonen auf Wirbellose. I. Der Einfluss von Schilddrüsen u. s. w. Arch. f. Entwicklungsmech. Bd. 47, 1919, S. 1921.
13. Torrey, H., Riddle, M. a. Brodie, J. Journ. of gen. Physiol. Vol. 7, p. 449, 1925.
14. Pathorn, C. et Savini, E. C. R. de la Soc. d. Biol. T. 78, p. 161, 1915.
15. Pauà, C. Ricerche sul l'azione dagli estrati freschi di alcune ghiandole a secrezione interna sopra la sviluppo e la velocità di accrescimento da funghi e batteri. Ann. Igiene. Vol. 40, p. 89, 1930.
16. Tomita. M. Uber d. Einfluss der Thyroxins auf die alkoholische Gärung. Bioch. Ztschr. Bd. 131, S. 175, 1922.
17. Abderhalden, E. Vergleichende Untersuchung über den Einfluss von durch Synthese gewonnenen Thyroxin u. s. w. Fermentforsch. Jg. 9, H. 2, 1927.
18. Abderhalden, E. Weitere Studien über die von einzelnen Organen hervorgebrachten Substanzen mit spezifischer Wirkung, Pfl. Arch. f. d. ges. Phys. Bd. 176, S. 236, 1919.
19. Rosenoff, L. Über die Wirkung von Thyreoidin, Cerebrin und Cordin auf die anaerobe Atmung der Hefe. Bioch Ztschr. Bd 159, S. 235, 1915.
20. Kendall, E. Active Constituents of the Thyroid Chemical Groups that are responsible for its Physiological Activity. Journ of Amer. Medic. Assoc. Vol. 71, p. 871, 1918.
21. —— Chemistry of Thyroid Gland. «Glandular Therapy». A Series of Articles prepared under the Auspices of the Council on Pharmacy and Chemistry of the Amer. Med. Ass. Chicago, p. 18, 1925.
22. Chambers, M. The Effect of some Food Hormonesand Glandular Products on the Rate of Growth of *Paramaecium caudatum*. Biol. Bull. T. 36, f. 2, p 82, 1919.
23. Pesch, K. u. Strelov, K. Der Einfluss auf das Wachstum von Bakterien und deren Toxinbildung. Bioch. Ztschr. Bd. 140, S. 353, 1923.
24. Herwerden. Цит. по Pesch'y.
25. Euler, H. u. Myrbäck, K. Zur Kenntins d. Biokatalysatoren d. Kohlenhydratumsatzes. Ztschr. f. Physiol. Chemie. Bd, 150, S. 1, 1925.
26. Kayser a. Boullange. Цит. по Klöcker, A. Die Gärungsorganismen, 1924.

27. Furth, O. Zbl. f. Bakteriol. II Abt. Bd. 75, S. 266.
28. Hemingsen. Цит. по Grevenstuk. A. u. Laqueur. E. Ergebn. d. Physiol. Bd. 23, II Abt., 1925.
29. Rabinovitz-Sereni, D. Azione delle vitamine e degli ormoni animali sull'o sviluppo di un basidiomicete (*Corticium Rolfsii* (Sacc.) Curzi). Bollettino della R. Stazione di Patologia Vegetale. Anno XII, № 1, 1932.

ОБЪЯСНЕНИЕ ТАБЛИЦ И РИСУНКОВ В ТЕКСТЕ.

Фиг. 1 (в тексте стр. 1565). Кривая брожения среды Hansen'а с 5% глюкозы. В присутствии тиреоидина брожение протекает в течение первых 48 час. более энергично.

Фиг. 2 (в тексте стр. 1567). А. Изменение от действия тиреоидина формы вакуоли у клеток *Sacch. Ludwigii*, соответствующее 1-й фазе (возбуждения). В. Увеличение вакуоли, нарастание количества жира в клетках, зернистость плазмы и ее вакуолизация, возникающие от более длительного действия тиреоидина (2-я фаза — депрессии).

Таблица I.

А. Проросшие споры *Saccharomycodes Ludwigii* после пребывания в 0.5% растворе тиреоидина в течение 48 часов.

В. Споры того же микроорганизма, подвергавшиеся 48-часовому действию инактивированного нагреванием гормона.

С, D, Е. Действие тиреоидина на споры плесневых грибков: С — *Rhizopus nigricans*, D — *Mucor Ramannianus*, Е — *Mucor racemosus*. Во всех случаях споры, находившиеся в ненагретом растворе тиреоидина, проросли; рядом с ними непроросшие в инактивированном гормоне споры.

F. Прорастание спор *Bac. mycoides* вследствие действия тиреоидина.

Таблица II.

А. Клетки *Sacch. Ludwigii*, находившиеся в растворе адреналина и приобревшие мицелиевидный характер.

В. Содержание гликогена в клетках *Sacch. cerevisiae*, находившихся в обычных условиях (24-час. культура на пивном сусле).

С. Почти полное исчезновение гликогена в дрожжевых клетках от воздействия инсулина.

A. IMSENECKIJ. THE INFLUENCE OF HORMONES ON YEASTS, MOLDS AND BACTERIA

SUMMARY

The thyreoidin accelerates the processes of germination of spores and propagation of yeats and molds. The stimulating action on the germination of spores of the investigated bacteria is weaker and there is none whatever on their growth. The influence of this hormone increases the alcoholic fermentation.

For the solution of the question concerning this specific action some control experiments are performed, with a hormone inactivated through heating. It appears, that when inactivated the thyreoidin looses its stimulating property. The albumens, present in the hormone, does not act on the yeasts as a nutrient substance, in such conditions of experiment, for the addition of dried, pulverisied brain and blood serum does not accelerate the germination of spores and their growth.

From other hormones: pituglandol, thymin, adrenalin and insulin are tested.

The cells of yeasts (*Sacch. Ludwigii*) under the influence of adrenalin grow much longer and acquire a mycelial appearance. This alteration of cell shapes is accompanied by the increase of vacuole, accumulation of fat, coarse granular cytoplasm and its vacuolisation.

The insulin provokes the disappearance of glycogen in the cells of *Sacch. cerevisiae.*

The author cousiders the action of hormones to be specific and assumes, that their influence on the colls depends on the weakening or intensification of the fermentative processes which take place in the cells.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1932

BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences mathématiques et naturelles

Отделение математических и естественных наук

ОБЗОР ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ БЕЛОВЕЖСКОГО И КАВКАЗСКОГО ЗУБРОВ[1]

К. К. ФЛЕРОВА

(*Представлено академиком* С. А. ЗЕРНОВЫМ)

Видовая самостоятельность зубра и бизона уже достаточно обоснована, и признаки обоих видов, в особенности остеологические, детально разобраны в прекрасной монографии J. A. Allen (1), который показал, что обе формы хорошо разнятся не только внешними, но и скелетными признаками. Кроме того, палеонтологические исследования по этому вопросу показывают, что зубр и бизон имеют отдельных ископаемых предков, которые могут быть прослежены на протяжении четвертичного времени. Поэтому в своем разборе диагностики этих видов я сделаю только следующие дополнения:

Bison bonasus	Bison bison[2]
1. Окраска серовато-бурая (общий тон близок к Rood's Brown XXVIII и Olive Brown, XL)[3] почти ровная на всем теле без резкого потемнения на голове и гриве. Она слабо темнеет на лицевой части головы, бороде и конце хвоста.	1. Окраска красновато-бурая (общий тон близок к Mummy Brown XV и Sepia XXIX), переходящая в черную на голове, гриве и предплечьи.
2. Уши однотонные со всем телом.	2. Уши черно-бурые.
3. Волосы на голове, в гриве, на конечностях и в кисти хвоста почти прямые или завитые широкими кольцами, по жесткости слабо отличимые от всего меха.	3. Волосы на лбу, переносьи, вдоль верхней стороны шеи, под горлом, в бороде, на груди, передней части живота, на предплечьи и кисти на конце хвоста — жесткие (по жесткости резко отличимые от окружающего меха) и мелко-спирально закрученные.

[1] С рисунками автора.

[2] Приводимые ниже признаки характеризуют главным образом американского степного бизона. Лесной бизон «wood bison» [*Bison bison athabascae* Rhoads (2)], по своей внешности, стоит несколько ближе к зубру, так как передняя часть тела у него покрыта более короткими волосами, чем у степного; однако, все остальные признаки, характеризующие бизона, сохраняются.

[3] Ridgway. Color standards and Color Nomenclature, Washington, 1912.

4. Волосы передней части тела умеренной длины: борода плоская, слабо отграниченная от волос на нижней стороне шеи; волосы на предплечьи слабо удлинены (длина около 100 мм); волосы на лбу (чолка) умеренной длины (около 260 мм), наклонены кпереди, не образуя большой шапки, заполняющей все пространство между рогами и не нависающей над переносьем.

5. Кисть на конце хвоста с примесью бурых волос.

6. Хвост длинный, конец кисти спускается ниже пяточного сустава.

7. Копыта широкие (ширина копыта одного пальца около 40 мм), слабо изогнутые серпообразно, концы их не сходятся и не налегают одно на другое. Они клинообразно суживаются кпереди

8. Рога у коров длинные, сильно изогнутые концами внутрь, так что концы близко сходятся.

4. Волосы передней части тела очень длинны: борода велика и широка, резко отличающаяся от более коротких волос на нижней стороне шеи; волосы на предплечьи очень длинные и образуют большую кисть (длина около 400 мм); волосы на лбу очень длинны (до 500 мм) и образуют огромную шапку, занимающую все пространство между рогами, даже выступающую вверх и в бока дальше рогов и нависающую над переносьем.[1]

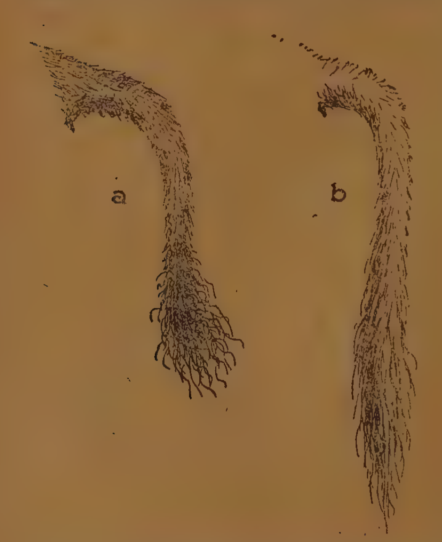
5. Кисть на конце хвоста чисто черная.

6. Хвост короткий, конец кисти не достигает пяточного сустава.

7. Копыта узкие (ширина копыта одного пальца около 30—32 мм), резко серпообразно изогнутые, так что концы их налегают друг на друга и почти равной ширины по всей длине.

8. Рога у коров коротки и слабо изогнуты, концы их направлены вверх и внутрь, всегда широко расставлены.

Значительно хуже обстоит дело с обоснованиями подвидовой самостоятельности беловежского и кавказского зубра. Сравнение беловежского или литовского зубра с кавказскими экземплярами дает ряд признаков, заставляющих считать их за различные, довольно хорошо обособленные подвиды. Первое указание на различие этих двух форм было сделано акад. К. М. Бэром (3), который, однако, на основании сделанного им сравнения приходит к выводу, что беловежский и кавказский зубры принадлежат к одной и той же расе. С. А. Усов (4) говорит, что в сравнении Бэра он видит больше разницы, чем сходства, а К. А. Сатунин (5) выделяет кавказского зубра в особый подвид. Позднее C. Grevé (6) также выделяет кавказского зубра в подвид, под тем же названием, ни



Фиг. 1. Хвост *Bison bison* Linnaeus (a) и хвост *Bison bonasus* Linnaeus (b).

[1] На этой разнице в развитии чолки у зубра и бизона основана ошибка многих авторов, будто у зубра рога наклонены кпереди, а у бизона поставлены вертикально. На самом деле, эта кажущаяся разница объясняется просто разным развитием волос на лбу.

словом впрочем не оговорившись о том, что Сатунин уже дал название этой форме. Далее Hilzheimer (7) в третий раз описывает кавказского зубра,



Фиг. 2—4. 2 — Головы *Bison bonasus bonasus* Linnaeus; 3 — *Bison bonasus caucasicus* Satunin; 4 — *Bison bison bison* Linnaeus.

считая его за самостоятельный вид (!) на основании краниологических признаков. Кроме того, он почему-то считает название, данное Сатуниным, за nomen nudum. Вероятно проф. Hilzheimer не просмотрел статью Сату-

нина (5), так как на стр. 754 этой работы автор пишет: «указанные им (Бэром) отличия совершенно достаточны для отделения кавказского зубра в особый подвид, и мы на основании ниже приведенных различий признаем его особой разновидностью — *Bos bonasus caucasicus* nov. subsp.» На следующих страницах Сатунин дает описание ряда отличий кавказского зубра от беловежского, измерения на туше свеже убитой зубрицы, сделанные Шильдером, и выдержки из сочинения Бэра и Усова. Правда, это описание не выделено в виде отдельного диагноза, но оно существует, и потому приоритет названия кавказского зубра остается за К. А. Сатуниным.

Однако, несмотря на такое внимание, уделенное зубру, серьезной детальной проработки вопроса, с достаточным материалом в руках, не было сделано ни одним ученым, и настоящего описания отличительных признаков той и другой формы до сих пор в литературе нет. Это и заставляет меня опубликовать результаты моего просмотра материалов по кавказским зубрам, которые в будущем уже не смогут пополниться, так как зубр на Кавказе истреблен.

Главнейшим материалом для работы послужила коллекция нашего Зоологического музея, заключающая в себе следующие материалы по зубру:

Кавказский зубр: — 8 шкур взрослых животных (5 быков и 3 коровы), 9 полных скелетов (6 быков и 3 коровы) и 20 отдельных черепов, принадлежащих разновозрастным животным.

Беловежский зубр: — 80 шкур животных разного возраста и времени года, приблизительно поровну представлены быки и коровы, 90 полных скелетов также разных возрастов и, подобно шкурам, приблизительно половина принадлежит быкам и половина коровам, и 28 отдельных черепов.

Мною просмотрены также около 30 экземпляров беловежских зубров и 1 молодой кавказский экземпляр (монтированный) в Зоологическом музее Московского университета и несколько кавказских зубров в Кавказском музее в Тифлисе. Кроме того, в течение нескольких лет я наблюдал живых зубров в Московском и Ленинградском зоологических садах.

Признаки различия между обеими формами частью обусловливаются местами их обитания. На каждой из них сказывается физико-географический характер ландшафта, и признаки, отличающие кавказского зубра, охарактеризовывают его как горное животное в противоположность обитателю равнинных лесов — беловежскому зубру. Далее видно, что обе формы зубра вместе с американским лесным бизоном — wood bison [*Bison bison athabascae* Rhoads (2)] имеют определенные признаки, позволяющие отличить их от измененных жизнью в степях американского plain bison (*Bison*

bison bison Linnaeus) и Eastern bison (*Bison bison pennsylvanicus* Shoemaker (8)].

Повторяю, измененных жизнью в степях, так как вполне соглашаюсь с взглядом моего почтенного друга проф. Н. А. Смирнова (9), который весьма убедительно доказывает в своей работе, что не только зубр и бизон, но и вообще все *Bovinae* первоначально были обитателями, если не лесов, то во всяком случае перелесков, кустарников, чередующихся с луговыми участ-



Фиг. 5. *Bison bonasus caucasicus* Sat. Старый бык. С монтированного экземпляра, убитого в сентябре 1893 г. на р. Кише, Кубанской обл. Колл. Зоол. инст. Ак. Наук, № 21484.

ками, в отличие от антилоп — настоящих степных обитателей. Совершенно противоположного мнения по этому вопросу держится проф. А. А. Браунер (10). По его словам, как тур (*Bos primigenius* Bojanus), так и зубр — животные степные, в доказательство чего он приводит следующее: Владимир Мономах охотился на туров верхом, а в лесах, говорит Браунер, верхом не охотились. Однако мы знаем, что в Литве и Польше многие князья охотились на тура и на зубра именно верхом, несмотря на то, что это было в лесах. Считалось даже особым мастерством поразить зверя с коня коротким копьем. Далее Браунер пишет, что «туры должны были жить в степях, так как только одни степи могут прокормить громадные стада», и замечает, что стада туров были, вероятно, велики, так как в Америке бизоны жили много-

миллионными стадами. Какое отношение имеет бизон к туру? Да и вообще бизон является исключением из всех *Bovinae*, ни один другой бык не водился такими огромными стадами, даже в условиях африканских саванн.



Фиг. 6. *Bison bonasus caucasicus* Sat. Тот же экземпляр.

Браунер находит, что только преследование со стороны человека могло загнать зубра и бизона в леса. Но ведь тот и другой зверь жили в лесах уже тогда, когда человек был еще настолько слаб, что не мог достаточно активно преследовать громадные стада бизонов. Они мирно паслись в прериях, несмотря на охоты индейцев, вплоть до постройки Тихоокеанской дороги, которая, как известно (11), сыграла роковую роль в истреблении бизона, сделав прерии доступными массам белых охотников, вооруженных хорошим огнестрельным оружием. Думаю, что доводы Браунера неосновательны, в особенности, если принять во внимание самую фигуру быков. Это тяжеловесные животные, отнюдь не приспособленные к быстрому бегу, что мы находим у классических степных форм, как антилопы и лошади. По моему мнению, все *Bovinae* в отношении своей стационарной принадлежности близко примыкают к *Cervidae*, о которых с полной уверенностью можно говорить как о жителях островных разорванных лесов, кустарников, речных прибрежий и болот, они отсутствуют в сплошных массивах леса, не прерываемых более или менее значительными открытыми пространствами. Подобно большинству

оленей, в значительной мере связанных с горами, многие из современных *Bovinae* также могут быть названы животными, населяющими горные районы (зубр, як, гаур, частично бизон), но районы, всегда поросшие древесной или кустарниковой растительностью (як в этом отношении является исключением, приспособившись к обитанию в открытых нагорьях Тибета). Многие быки в своем местопребывании стоят в непосредственной зависимости от наличия каких-либо водоемов (все буйволы). Так как первые находки остатков быков принадлежат животным, весьма сходным с современными буйволами (*Hemibos*), то можно предполагать, что часть быков первоначально была жителями прибрежных кустарников и зарослей.

В главнейшем различия между кавказскими и беловежским зубрами выражены в строении конечностей, волосяного покрова и некоторых мелких отличиях экстерьера. На нижеследующей таблице я даю сравнение и главнейшие измерения обоих подвидов зубра.

Беловежский зубр	Кавказский зубр
1. Размеры очень крупные (самый крупный ныне живущий представитель рода *Bison*). Высота в плечах взросл. быка ок. 1.85 м.[1]	1. Размеры мельче, высота в плечах равна приблизительно 1.6 м.
2. Копыта удлиненные. Длина копыт передних ног у взрослого быка колеблется между 90 и 105 мм; копыта боковых пальцев от 40—55 мм. Копыта задних ног длиной 100—115 мм, боковые коп. 40—55 мм.	2. Копыта короткие и высокие, округлены. Длина передних копыт у взрослого быка от 70 до 85 мм, боковых копыт от 25 до 35 мм копыта задних ног 75—90 мм, боковые копыта 25—35 мм.
3. Волосы на всем теле почти прямые или слабо завитые на боках тазовой области.	3. Шерсть на всем теле сильно курчавая (как у домашнего барана), все тело покрыто мелкими крутыми завитками, на голове и шее завитки крупные.
4. Волосяной покров передней части тела довольно длинен[2]; у взрослого быка длина волос в бороде достигает 370—400 мм и на нижней стороне шеи 180—250 мм.	4. Волосяной покров переда значительно короче.[3] Длина волос в бороде у взрослого быка не превышает 250 мм, а на нижней стороне шеи волосы имеют длину около 150 мм.
5. Окраска сравнительно светлая, серовато-бурая с охристо-коричневым оттенком.	5. Окраска более темная, коричнево-бурая с шоколадным оттенком (тона между Warm Sepia, pl. XXIX, и Hay's Brown, pl. XXXIX.

[1] Известны экземпляры, имевшие высоту в загривке почти в 2 м.

[2] Говорю, довольно длинен, так как сравниваю его с таковым американского степного бизона, имеющего гриву на лбу, более чем вдвое превышающую по длине гриву зубра.

[3] На укороченность волосяного покрова у кавказского зубра мог чисто механически влиять иной, чем в Беловеже, состав подлеска, например, густые заросли пород с твердыми ветвями, большие заломы и пр. Подобное явление наблюдается у лисиц (П. А. Смирнов in litteris) в окрестностях Астрахани; когда они перекочевывают в камышевые заросли, шерсть на боках у них совершенно стирается.

В добавление к этой таблице нужно заметить, что сравнение обоих подвидов зубра показывает, что кавказский имеет более тонкие ноги и более



Фиг. 7. Копыта правой передней ноги: a — *Bison bison bison* Linnaeus; b — *Bison bonasus bonasus* Linnaeus; c — *Bison bonasus caucasicus* Satunin.

легкое сложение. Молодые кавказские зубры, по моему наблюдению и по мнению Сатунина (5), имеют красноватый оттенок окраски, тогда как беловежские телята окрашены в более серый цвет.

Что касается веса зубров[1], то материал по кавказскому зубру мал и отрывочен. По разным источникам удалось установить, что, сообразно росту, кавказский зубр имеет меньший вес, чем беловежский. Вес старого беловежского быка может достигать до 850 кг, тогда как на Кавказе не наблюдали веса больше 700 кг. Средний вес беловежских быков по Карцеву (12) равен 32 пудам, для кавказского же, по моему подсчету, 28 пудам. Привожу некоторые данные о весе зубров, собранные из разных мест:

Беловежский зубр

Бык	Бык	Бык	Корова	Телка
30 л.	старый	ср. в.	10 л.	8 мес.
42 п.	$47^1/_2$ п.	32 п.	33 п.	18 п.

Кавказский зубр

Бык	Бык	Бык	Корова
ср. возр. ок. 15 л.	3 лет	ср. возр. ок. 15 л.	старая
29 п.	27 п.	28 п.	27 п.

На основании приведенных морфологических различий между беловежским и кавказским зубром, нужно считать, что зубр (*Bison bonasus* Linnaeus) должен быть разделен на два подвида, но ни в коем случае кавказской форме нельзя придавать видового значения. Это выступает с особой ясностью, если рассмотреть вопрос с экологической точки зрения. Оба зубра, кавказский и беловежский, характеризуются основной экологической особенностью — животные, обитающие в условиях высокоствольных хвойных и смешанных лесов. Далее, каждая форма зубра имеет дополнительные экологические черты: беловежский зубр — обитатель равнинных лесов, кавказский — горных.

Как уже сказано выше, горно-лесной комплекс жизненных условий направил отбор признаков у кавказского зубра в определенном направлении: эти приспособления сказываются в изменении экстерьера (более легкое телосложение, несколько более высокий постав на ногах), формы конечностей (более короткие копыта) и волосяного покрова (укороченность его).[2]

[1] Мною использованы рукописные данные о весе зубров. Взвешивания сделаны В. Шильдером и записи хранятся в Зоологическом музее Академии Наук.

[2] Быть может с еще большей ясностью такой экологический критерий для понимания таксономических единиц выступает на примере классификации рода *Ovis*. Возьмем группу снежных баранов (*Ovis canadensis* Shaw., *O. nivicola* Esch.) и группу муфлонов (*O. musimon* Schreber, *O. orientalis* Gmelin); для первой основными условиями обитания являются горные районы северо-восточной Азии и северо-западной Америки с суровым холодным климатом (признаки: густой длинный волосяной покров, плотные и короткие конечности); вторая характе-

Таким образом, мы разделяем зубра на следующие подвиды:

1. Bison bonasus bonasus Linnaeus.

1757. *Bos bonasus* Linnaeus. Syst. Nat. ed. 10, p. 71. 1757.
1788. *Bos urus* Boddaert. Elenchus Anim., p. 150, 1788.
1827. *Bos bison* H. Smith, Griffith's Animal Kingd., Vol. IV, p. 398, 1827.
1827. *Urus nostras* Bojanus. Nova Acta Acad. Caes. Leop. Car., Vol. XIII, p. 413, 1827.
1827. *Bos* (*Bison*) *bison* H. Smith, Griffith's Anim. Kingdom, Vol. V, p. 373, 1827.
1848. *Bison europaeus* Owen, Proc. Zool. Soc., p. 126, 1848.
1850. *Bison bonasus* Gray, Knowsley Menagerie, p. 48, 1850.
1884. *Bison bonasus* Flower and Garson. Cat. Osteol. Mus. R. Coll. Surg., pt. II, p. 232, 1884.
1898. *Bos* (*Bison*) *bonasus* Lydekker. Wild Oxen, Sheep and Goats, p. 64, pl. V, 1898.
1904. *Bos bonasus typicus*. Сатунин. Звери России, стр. 755, 1904.
1906. *Bonasus europaeus* Yermoloff. Smithsonian Inst. Rep., p. 345, 1906.
1913. *Bos* (*Bison*) *bonasus bonasus* Lyddeker. Cat. Ung. Mamm. Vol. I, p. 35, 1913.
1923. *Bison bonasus bonasus* Flerow, Rep. Amer. Bison Soc., p. 38, 1923.

Тип. — Неизвестен.

Terra typica. — Беловежская пуща.

Распространение. — Ныне не встречается в диком состоянии. До 1918 г. сохранялся в Беловежской пуще.

2. Bison bonasus caucasicus Satunin.

1904. *Bos bonasus caucasicus*. Сатунин. Звери России, стр. 754, 1904.
1906. *Bison bonasus* var. *caucasia* Grevé. Zool. Beob. XLVII, Jahrg. № 9, p. 269, 1906.
1909. *Bison caucasicus* Hilzheimer. Mitt. K. Nat. Kab. Stuttgart, p. 252. 1909; Jahresh. Ver. Vaterl. Naturk. Württ. 1909.
1910. *Bos bonasus caucasicus* Ward. Record of Big Game, ed. 6, p. 433, 1910.
1913. *Bos* (*Bison*) *bonasus caucasius* Lydekker. Cat. Ung. Mammals, Vol. I, p. 36, 1913.
1923. *Bison bonasus caucasicus* Flerow. Rep. Amer. Bison Soc., p. 38, 1923.

Тип. — ♀ ад. шкура. 1836 coll. бар. Розен. № 22087, коллекция Зоологич. инст. Акад. Наук. Сатунин, при описании подвида, ссылался на экземпляр, описанный Бэром (3), поэтому эту шкуру приходится считать типом.

ризуется приспособленностью к условиям степных и полупустынных гор юго-западной Азии и Средиземноморья (признаки: волосяной покров более короткий и легкий, конечности тонки и высоки). Каждая из этих особенностей является необходимым условием обитания той и другой формы, и с изменением последних форма должна или погибнуть или измениться, приспособливаясь к новой среде. Развивая этот экологический принцип, можно набросать схему развития и образования вида. Для кавказского зубра основным условием обитания является комплекс леса (особенность, характеризующая вид *Bison bonasus*) и дополнительным — условия горного леса (особенность подвида *Bison bonasus caucasicus* Sat.). Если же эта дополнительная черта переходит в основную, как, например, в том случае, если бы кавказский зубр стал, подобно яку, чисто горным животным, а наличие леса перестало бы быть для его существования необходимым, то здесь имеет место образование вида.

Terra typica. — Северо-западный Кавказ.

Распространение. — Ныне истреблен. Был распространен (до 1926 г.) на северо-западном Кавказе в бассейне рр. Лабы и Белой.



Фиг. 8. *Bison bonasus caucasicus* Sat. Фотограф. с натуры. Кубанская область.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Allen J. A. The American Bisons living and extinct. Mem. Mus. Compar. Zool. Harvard Coll. Cambridge, vol. IV, No 10, 1876.
2. Roads S. N. Notes on living and extinct species of North American Bovidae. Proc. Acad. of Nat. Sc. Philadelphia, p. 483. 1897.
3. Baer. C. Note sur une peau d'Aurochs (Bos Urus) envoyée du Caucase. Bull. Acad. Impér. Sc., S.-Pétersb, t. I, № 20, 1836.
4. Усов С. А. Зубр (монография). Соч. С. А. Усова, т. I, М., 1888.
5. Сатунин К. А. и Туркин Н. В. Звери России. Т. II, М., 1904.
6. Grevé C. Der kaukasische Wisent. Zoolog. Beob. (Der Zoolog. Garten). XLVII Jahrg. № 9, September, 1906.
7. Hilzheimer M. Mitt. K. Nat. Kab. Stuttgart, p. 252, 1909.
8. Shoemaker A. Pennsylvania Bison Hunt. 1915.
9. Смирнов Н. А. О некоторых млекопитающих западного Закавказья в каменном веке. Извест. Азербайдж. унив., № 3, Баку, 1923 — 1924.
10. Браунер А. А. Сельско-хозяйственная зоология. 1923.
11. Hornaday W. T. The Extermination of the American Bison. Rep. U. S. Nat. Mus. 1886 — 1887. Washington, 1889.
12. Карцев Г. П. Беловежская пуща, СПб. 1903.

CONSTANTIN C. FLEROW. UEBERSICHT DER DIAGNOSTISCHEN MERKMALE DES WISENTS (ZUSAMMENFASSUNG)

Die artliche Selbstständigkeit des Wisents und des Bisons ist zur genüge begründet und die Merkmale beider Arten werden in der Monographie J. A. Allen's ausführlich analysiert. Daher beschränkt sich Verfasser nur auf folgende ergänzende Bemerkungen:

Bison bonasus	Bison bison
1. Färbung gräulichbraun, am ganzen Körper fast eintönig.	1. Färbung rötlichbraun, an Kopf, Mähne und Schulter in schwarz übergehend.
2. Ohren graubraun.	2. Ohren schwarz.
3. Haare des Kopfes, Vorderarmes und der Schwanzquaste von der gleichen Beschaffenheit wie am übrigen Körper.	3. Haare des Kopfes, der Mähne, des Vorderarmes und der Schwanzquaste sehr straff und spiralig gewunden.
4. Haare des vorderen Körperteils mässig lang; Bart abgeflacht; Länge der Haare am Vorderarm etwa 100 mm; Haare der Stirn mässig lang (ca. 200 mm), nach vorn geneigt, keine grosse Kappe bildend und nicht auf das Nasenbein überhängend.	4. Haare des vorderen Körperteils sehr lang; Bart gross und breit; Haare am Vorderarm sehr lang (etwa 400 mm) einen grossen Wedel bildend; Stirnhaare sehr lang (bis 500 mm) eine grosse Kappe bildend, welche den ganzen Raum zwischen den Hörnern einnimmt, nach oben u. seitwärts weiter vorragt als die Hörner u. auf das Nasenbein überhängt.
5. Schweif lang (das Ende der Quaste überragt das Fersengelenk).	5. Schweif kurz (das Ende der Quaste erreicht nicht das Fesselgelenk).
6. Hufe breit (der Huf eines Fingers ca. 40 mm breit), schwach sichelförmig gebogen, ihre Spitzen einander nicht berührend.	6. Hufe schmäler (der Huf eines Fingers ca. 30—35 mm breit), stark gebogen, so dass ihre Spitzen übereinandergreifen.

In der Frage über die Priorität der Benennung des kaukasischen Wisents weist Verfasser darauf hin, dass *B. bonasus caucasicus* zuerst von Satunin (1904) beschrieben wurde. Das gesamte vom Verfasser untersuchte Material von Wisenten beläuft sich auf etwa 270 Ex., wovon auf die Sammlung des Zoologischen Museums 198 Ex. aus Bielovezh und 35 aus dem Kaukasus entfallen. Eingehende Untersuchungen der Frage über die Herkunft der *Bovinae* führten den Verfasser zum Schluss, dass diese Gruppe nicht in Steppengebieten entstanden ist, sondern zur Tierwelt der Flusstäler, der Busch-und inselartigen Wälder gehört.

Bei der Untersuchung der Merkmale der Wisente von Bielovezh und vom Kaukasus stellt Verfasser mehrere Unterscheidungsmerkmale auf, von denen folgende die wesentlicheren sind:

Littauischer Wisent	Kaukasischer Wisent
1. Schulterhöhe alter Ochsen ca. 2 m.	1. Schulterhöhe alter Ochsen ca. 1.6 m.
2. Hufe verlängert, ca. 105 mm lang.	2. Hufe kürzer, ca. 85 mm lang.
3. Körperhaare überall fast gerade.	3. Körperhaare gekräuselt (fein gewunden wie beim Hausschaf).
4. Färbung gräulichbraun mit ockerbrauner Schattierung.	4. Färbung dunkler (Schattierung: Warm Sepia, pl. XXIX und Hay's Brown, pl. XXXIX).

Das Gewicht littauischer Wisente kann 850 kg, kaukasischer 700 kg erreichen.

Die angegebenen Differenzen charakterisieren nach der Meinung des Verfassers den kaukasischen Wisent als besondere Unterart und genügen nicht, um das Tier als selbstständige Art anzusehen.

Оглавление — Sommaire

Заглавие, отмеченное звездочкой, является переводом заглавия оригинала.

Le titre marqué d'un astérisque est une traduction du titre original.

Цена 3 руб.